

תרגיל 1 אינפי 2

.1

- a. יהי פולינום p מדרגה n , כלומר $p(x) = a_n x^n + \dots + a_0$, כך ש $a_n \neq 0$. הוכח שקיימים לכל היותר n שורשים שונים ל p .
- b. הוכח שלמשוואה $2x = \cos x$ יש פתרון יחיד.
- c. תהי f גזירה המקיימת $f(1) = 0$. הוכח שקיימת נקודה $c \in (0,1)$ המקיימת
- $$c = -\frac{f(c)}{f'(c)}$$
- (רמז: הסתכל על הפונקציה $(g(x) = xf(x))$)

.2

- a. הוכח כי $tg(x) > x$ בקטע $[0, \frac{\pi}{2}]$
- b. נניח f גזירה ב (a,b) כך ש $f'(x) = 0$ לכל $x \in (a,b)$. הוכח כי f קבועה בקטע.

.3 חשב את הגבולות

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^k}{e^x}, k \in \mathbb{N}$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{3x} - 5x)^{\frac{1}{x}}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{x^2 \sin(x^2)}$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x}$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$