

# תרגיל בית מספר 3

להגשה בשבוע של 10/11/13.

## שאלה 1

נתון ש- $(a_1, \dots, a_n)$  הוא פתרון של מערכת ליניארית מסוימת.

- א. כמה משתנים יש במערכת?
- ב. כמה משוואות יש במערכת?
- ג. כמה מערכות כאלה יש?

## שאלה 2

האם קיימת מערכת משוואות ליניארית ב-3 משתנים, אשר כל שלשה היא פתרון שלה?

## שאלה 3

כזכור, הצורה הסטנדרטית של מערכת משוואות ליניארית הומוגנית של  $m$  משוואות ו- $n$  נעלמים היא:

$$\begin{cases} \alpha_{11}x_1 + \dots + \alpha_{1n}x_n = 0 \\ \alpha_{21}x_1 + \dots + \alpha_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ \alpha_{m1}x_1 + \dots + \alpha_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

- א. הוכיחו שאם  $c = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$  הוא פתרון של המערכת, אזי לכל סקלר  $\lambda$  גם  $\lambda c$  הוא פתרון.
- ב. הוכיחו כי אם  $c = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$ ,  $d = (\delta_1, \dots, \delta_n)$  הם פתרונות של המערכת, אזי גם  $c + d$  הוא פתרון של מערכת.
- ג. הסיקו משני הסעיפים הקודמים כי אם  $c = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$ ,  $d = (\delta_1, \dots, \delta_n)$  הם פתרונות של המערכת ו- $\lambda_1, \lambda_2$  הם סקלרים כלשהם, אזי גם  $\lambda_1 c + \lambda_2 d$  הוא פתרון של המערכת.
- ד. הוכיחו או הפריכו: תכונות א', ב', ג' מתקיימות גם עבור מערכת משוואות ליניארית לא הומוגנית.

## שאלה 4

- א. יהי  $F$  שדה סופי. הוכיחו שמתקיים  $\text{char}(F) > 0$ .
- ב. עבור השדה מסעיף א', סמנו  $\text{char}(F) = p$  והוכיחו: הקבוצה  $\{0_F, 1_F, 1_F + 1_F, 1_F + 1_F + 1_F, \dots\}$  היא תת שדה של  $F$  עם  $p$  איברים. והראו שהפעולות של תת שדה זה מתנהגות כמו פעולות חיבור וכפל של השדה  $\mathbb{Z}_p$ .

**תרגילים מהחוברת של בועז צבאן:**

מעמוד 11 והלאה:

תרגילים: 1.6 ב'; 1.7; 1.8 ג'.

**בהצלחה!**