

## תורת הקבוצות - תרגיל בית 6

1. א. הוכיחו: הרכבה של פונקציות קופינליות שומרות סדר היא פונקציה קופינלית.  
ב. הסיקו: לכל סודר  $\alpha$ ,  $cf(cf(\alpha)) = cf(\alpha)$ .

2. חשבו:  $cf(\omega + \omega)$

3. הוכיחו/הפריכו:  
א. קיים סודר  $\alpha \neq 0$  כך ש  $\omega \cdot \alpha = \alpha$   
ב. קיים סודר  $\alpha \neq 0$  כך ש  $\alpha \cdot \omega = \alpha$

4. תזכורת: בתרגול הגדרנו חזקות סודרים ברקורסיה באופן הבא:  
עבור  $\alpha \neq 0$

$$\alpha^\beta = \begin{cases} 1 & \beta = 0 \\ \alpha^\gamma \cdot \alpha & \beta = \gamma + 1 \\ \sup_{\gamma < \alpha} \{\alpha^\gamma\} & \text{otherwise} \end{cases}$$

הוכיחו באמצעות משפט ההגדרה ברקורסיה שהפונקציה הרקורסיבית  $f(\beta) = \alpha^\beta$  אכן מגדירה פונקציה  $f : ON \rightarrow ON$ . כלומר, מצאו את הפונקציות  $F, G$  המתאימות מהמשפט.