

88-236 חשבון אינפיניטיסימלי 4

תרגיל בית 4

תאריך הגשה: 05.09.2011

1. יהי $\gamma: D \rightarrow \mathbb{R}^n$ משטח חלק, $D \subset \mathbb{R}^k$ תחום קומפקטי קמור, A תבנית דיפרנציאלית מסדר k הוכיחו או הפריכו
- א. אם B תבנית דיפרנציאלית מסדר k , b מספר ממשי אזי $A + bB$ תבנית דיפרנציאלית מסדר k .
- ב. אם $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ העתקה ליניארית אזי האינטגרל של A על $T \circ \gamma$ שווה לאינטגרל של A על γ כפול הדטרמיננטה של T .
- ג. אם $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ גזירה n פעמים ברציפות, וקיים b ממשי שעבורו לכל תבנית דיפרנציאלית A מסדר k מתקיים שהאינטגרל של A על $T \circ \gamma$ שווה ל- b כפול האינטגרל של A על γ אזי T חייבת להיות העתקה ליניארית עם דטרמיננטה b .
2. יהי $\gamma: [1, 2]^2 \rightarrow \mathbb{R}^n$ משטח חלק ו- A תבנית דיפרנציאלית, חשבו את האינטגרל של A על γ במקרים הבאים:
- א. $A = (x + yz) dx dy + (z - y) dy dz + (y^2 + z^2 - x) dx dz$, $\gamma(s, t) = (s^2 + t^2, t - s, t + s)$.
- ב. $\gamma(s, t) = (1, t \cos(\pi s), t \sin(\pi s))$.
- $A = x e^{-y^6 + 2x - z^2} \cos(yz^2 + 3xy) dx dy + (\sin(x^2 - 1) \cos(yz - y + e^z) + x e^{-y^2 - z^2}) dy dz + 2xyz dx dz$
3. יהי $\gamma: [0, 1]^a \rightarrow \mathbb{R}^n$ משטח חלק ו- A תבנית דיפרנציאלית, חשבו את האינטגרל של A על γ בעזרת חוק סטוקס במקרים הבאים:
- א. $\gamma(s, t) = (2 \cos(t), 3 \sin(t) \cos(s), \sin(t) \sin(s))$,
 $A = (9x^2 z + 3x^2 y^3 + z e^{x+y}) dx dy + (4y^2 x + 7y^4 e^{-z} + e^{x+y}) dy dz + (e^{x^2 \sin(z)} \cos(x^3 z) - 36z x^2 + 2e^{x+y}) dx dz$
- ב. $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t), \sin(t))$,
 $A = (e^{2x^2+1} + zy + y) dx + (\cos(y^3) + xz + z) dy + (\sin(z^5) + xy - x) dz$
4. יהי $\gamma: D \rightarrow \mathbb{R}^n$ משטח חלק, $D \subset \mathbb{R}^k$ תחום קומפקטי קמור, A תבנית דיפרנציאלית מסדר k שגזירה ברציפות n פעמים, ו- $F \subset \mathbb{R}^n$ תחום אוריאנטבילי שהשפה שלו היא המשטח γ . הוכיחו או הפריכו:
- א. הסגור של F (שהוא גם האיחוד של F והשפה שלו) קומפקטי.
- ב. אם F קומפקטי, $T: D \rightarrow D$ חד-חד ערכית ועל וגם גזירה ברציפות n פעמים, אזי האינטגרל של A על $T \circ \gamma$ שווה לאינטגרל של הנגזרת של A על F (כשהאינטגרל על F בכיוון החיובי).
- ג. אם F קומפקטי, $k = n - 1$, האינטגרל של הנגזרת של A על F הוא 0, אזי האינטגרל של A על משטח ממימד k ששווה לשפה של עצמו הוא 0.