

תרגיל מספר 9 בסטיסטיקה והסתברות.

הגשה 15.5 או 17.5 בהתאם לקבוצת התרגיל.

שאלה 1:

X משתנה מקרי בעל פונקציית הצפיפות:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ c & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

- מצאו את c.
- רשמו את פונקציית ההצטברות.
- חשבו את $P(\frac{1}{3} < X < \frac{3}{4})$.
- חשבו התוחלת של X.

שאלה 2:

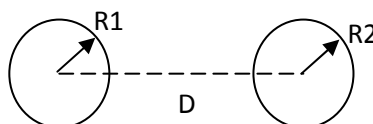
$$f(x) = \begin{cases} c \cdot \cos(x) & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

המיימ X הוא בעל פונקציית הצפיפות:

- מצאו את c.
- מצאו את פונקציית ההתפלגות של X.

שאלה 3:

לפניכם זוג מעגלים שרדיוסיהם $R_1 \sim U(0, R)$ ו- $R_2 \sim U(0, R)$ הם משתנים מקריים בלתי תלויים (רציפים כמובן) בעלי התפלגות אחידה. יהי D המרחק בין הכדורים. מצאו את ההסתברות לכך שאחד המעגלים מקיף את משנהו.



שאלה 4:

רכבת מגיע לתחנה כל 15 דקות החל מהשעה שש בבוקר. אדם מגיע לתחנה כל בוקר בין השעה שבע ועשרה לשבע וחצי. יהי X מספר הדקות משבע ועשרה עד ללהגעת האדם לתחנה. ויהי Y מספר הדקות שהאדם נדרש לחכות לרכבת. חשבו את פונקציות ההצטברות והצפיפות של Y בהינתן X אלו של X

שאלה 5:

נניח כי הפיתרונות של המשוואה $x^2 + ax + b = 0$ הינם משתנים מקריים בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה: $X_1 \sim U(-1,1)$ ו- $X_2 \sim U(0,1)$.

- א. מהי ההסתברות ש $a > b$?
ב. בהינתן ש $a > -1$ מהי ההסתברות ש $b > 0$?

נניח עתה שבמקום X_1, X_2 , $a \sim U(0,1), b \sim U(0,1)$ הם המשתנים המקריים הנתונים של המשוואה הריבועית. (שימו לב שגם קודם הם היו משתנים מקריים אך מן הסתם לא ניתנו מפורשות)

ג. חשבו את ההסתברות ש- $X_1, X_2 \in \mathbb{R}$ ושמתקיים $|X_1 - X_2| < \frac{1}{2}$?

שאלה 6:

אורך שיחה בטלפון בדקות מתפלג מעריכית עם $\lambda = 0.1$. מה ההסתברות –

1. ששיחה אורכת יותר מ-10 דקות?
2. ששיחה אורכת בין 10 ל-20 דקות?

שאלה 7:

המשתנה המקרי X מתפלג מעריכית עם פרמטר λ . המשתנה המקרי Y מוגדר ע"י:

$$Y = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 1, & a < x < b \\ 2, & x \geq b \end{cases} \quad \text{כאשר } a, b \text{ הם מספרים שלמים חיוביים.}$$

בטאו את a ו b , כפונק' של λ , כך של- Y תהיה התפלגות אחידה על $\{0,1,2\}$.

