תרגיל מספר 2

1. הוכיחו או הפריכו :

אם f גזירה פעמיים בקטע (a,b) וקיים $f^{(2)}(x) \geq 0$ לכל X בקטע ,

אז לכל שתי נקודות c , d בקטע מתקיים :

$$f(\frac{c+d}{2}) \leq \frac{f(c)+f(d)}{2}$$

2. א) פתחו לטור מקלוריין את הפונקציה : $f(x) = xe^{x}$

ב) חשבו את הערך $0.1 \cdot e^{0.1}$ בדיוק העולה על 10^{-4}.

3.*a*) נתון כי :

א)g , f גזירות n פעמים לכל *X*

ב) $f^{(k)}(x_0) = g^{(k)}(x_0)$ עבור *k=0,1,2,….,n-1*

ג) $f^{(n)}(x) > g^{(\mathrm{n})}(x)$ לכל $x > x_0$

אזי – יש להוכיח שמתקיים $f(x) > g(x)$ לכל $x > x_0$

b) הוכיחו את אי השיוויונים הבאים עבור כל *x* חיובי :

א. $e^{x} > 1 + x + \frac{x^2}{2}$ ב. $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$

4.חשבו את הגבולות הבאים *__בעזרת פיתוח טיילור מתאים__*(ללא לופיטל!) :

א. $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x)-e^{\frac{-x^2}{2}}}{x^4}$ ב. $\lim_{x\to\infty}[x-x^2\, ln\left(1+\frac{1}{x}\right)]$

ג. $\lim_{x\to 1}\frac{lnx}{x^2+x-2}$

5. יש להוכיח כי עבור $n>0$ מספר טבעי , מתקיים : $0<\frac{1}{n}-\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)<\frac{1}{2n^2}$