

חשבון אינפי 1

תרגיל 7

1. בדקו את התכנסות הטורים הבאים:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \sqrt{1 - \cos \frac{1}{k}} \quad (\text{א})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \sqrt{k^3+1}}{\sqrt{k^7+3k} + \sqrt[3]{k+2}} \quad (\text{ב})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \dots \quad (\text{ג})$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots \quad (\text{ד})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k+1}{k} \quad (\text{ה})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k \quad (\text{ו})$$

2. הוכיחו שהטור $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k}{3^k}$ מתכנס וחשבו את סכומו עם דיוק 0.01

3. הוכיחו:

(א) אם הטור $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ מתכנס אזי $\sum_{k=1}^{\infty} a_k/k^2$ מתכנס בהחלט

(ב) אם $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ מתכנס בתנאי הטור $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ מתכנס בהחלט, אזי הטור $\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k$ מתכנס בהחלט

(ג) נתון טור $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ מתכנס בתנאי. נסמן $P_n = \sum_{k=1}^n (|a_k| + a_k)/2$, $Q_n = \sum_{k=1}^n (|a_k| - a_k)/2$. הוכיחו כי $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n/Q_n = 1$.

בהצלחה!