

בוּחַן אִמְצַע אִלְגֵּבְרָה לִינְאָרִית 2

6.5.2015

מספר קורס: 88-113

מרצה: רון עדין

זמן הבחינה: שעה וחצי

שאלה 1

$$A_n = \begin{pmatrix} 2 & 5 & \dots & 5 \\ 5 & 2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 2 & 5 \\ 5 & \dots & \dots & 2 \end{pmatrix} \in M_n(\mathbb{Z}_7)$$

(א) מצאו את $\det(A_n)$.

(ב) מצאו את $\det(A_{79})$. התשובה צריכה להיות איבר ב- \mathbb{Z}_7 .

העזרו במשפט הקטן של פרמה: לכל ראשוני ולכל a שלם, מתקיים $a^p \equiv a \pmod{p}$.

(ג) לאילו ערכי n המטריצה A_n אינה הפיכה.

שאלה 2

$$A \cdot \text{adj}(A) = \det(A) \cdot I$$

שאלה 3

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

א. מצאו את הערכים העצמיים והמרחבים העצמיים.

ב. מצאו מטריצה אלכסונית D ומטריצה הפיכה P כך ש- $D = P^{-1} \cdot A \cdot P$. (נמקו

מדוע קיימת כזו).

ג. חשבו את A^{10} .