

הצגה נורמלית של $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ על \mathbb{Q} היא

$$\theta = \sqrt{3 + \sqrt{3}}$$

המינימום של θ על \mathbb{Q} הוא $M_\theta(x) = x^4 - 6x^2 + 6$

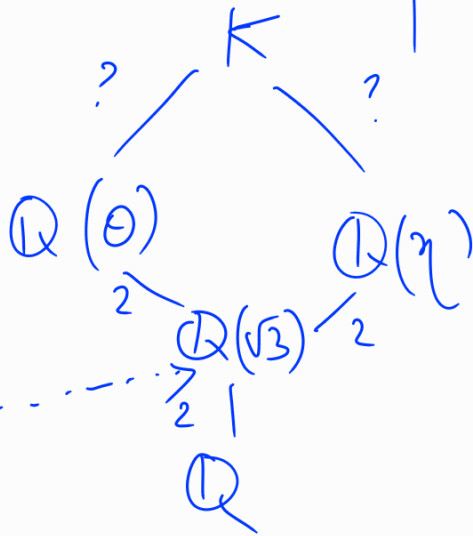
(הצגה נורמלית של $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$)

המינימום של θ על \mathbb{Q} הוא $M_\theta(x) = x^4 - 6x^2 + 6$

$$\eta := \sqrt{3 - \sqrt{3}}, \quad -\eta, \quad -\theta$$

$$K = \mathbb{Q}(\theta, \eta)$$

המינימום של θ על \mathbb{Q} הוא $M_\theta(x) = x^4 - 6x^2 + 6$



$$\sqrt{3} = \theta^2 - 3 = 3 - \eta^2$$

המינימום של θ על \mathbb{Q} הוא $M_\theta(x) = x^4 - 6x^2 + 6$

$$\mathbb{Q}(\theta) \ni \sqrt{3}, \quad \sqrt{6} = \eta\theta \Rightarrow \mathbb{Q}(\theta) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$$

(הצגה נורמלית של $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$)

האם יש תהליך σ על K כזה ש $\mathbb{Q}(\theta) = \mathbb{Q}(\eta)$

כן (ההיגיון שלילי) הוכחה (יש כזה כי שניהם מורכבים מ"אס.א" "אס.א")

יש האקסומון של גלואה שגורס כי יש תהליך σ על $\mathbb{Q}(\theta, \eta)$ כזה ש $\sigma(\theta) = \eta$ ו $\sigma(\eta) = \theta$

$$\sigma(\eta) = \theta$$

$$[\mathbb{Q}(\theta + \eta) : \mathbb{Q}] \leq 2 \iff \theta + \eta \in K^\sigma$$

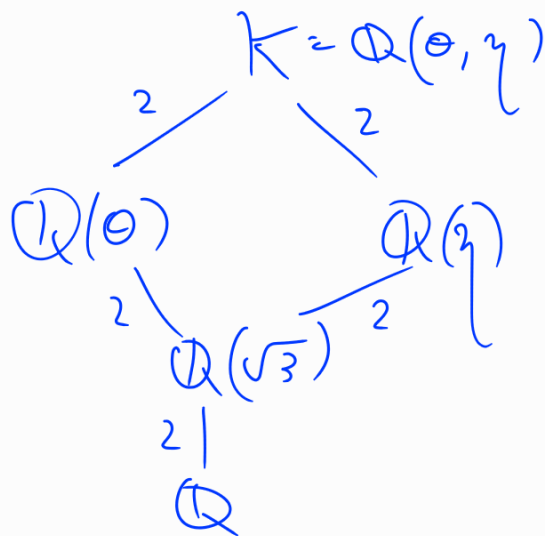
כלומר $\theta + \eta$ נשאר אותו הדבר תחת σ

$$(\theta + \eta)^2 = 6 + 2\theta\eta = 6 + 2\sqrt{6}$$

$$(\lambda^2 - 6)^2 - 24 \Rightarrow \lambda^4 - 12\lambda^2 + 12$$

כלומר יש פולינום אי-רציונלי

לכן אין תהליך כזה



היחס σ על K נקרא σ

$$\sigma(\theta) = \eta$$

היחס $\sigma(\eta)$

כאשר $\sigma(\eta) \neq \theta$ וכן $\sigma(\eta) \neq \eta$.

היחס σ : $\{-\theta, -\eta\}$

$$\sigma(-\eta) = \eta \quad \text{וכן} \quad \sigma(\eta) = -\eta$$

$$\theta \xrightarrow{\sigma} \eta \xrightarrow{\sigma} -\eta \xrightarrow{\sigma} \eta$$

היחס σ : $\theta = -\eta$ וכן $\sigma(\eta) = -\eta$.
 היחס σ : $\theta = -\eta$ וכן $\sigma(\eta) = -\eta$.

$$\theta \xrightarrow{\sigma} \eta \xrightarrow{\sigma} -\theta \xrightarrow{\sigma} -\eta$$

σ

היחס τ על K נקרא τ

$$\mathbb{Q}(\theta) = K^T$$

$$\mathbb{Q}(\theta) = K^T \begin{cases} \tau(\theta) = \theta \\ \tau(-\theta) = -\theta \end{cases} \quad \begin{cases} \tau(\eta) = -\eta \\ \tau(-\eta) = \eta \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{וכן} \\ \tau = \text{id} \end{matrix}$$

$\theta = "1"$, $\eta = "2"$, $-\theta = "3"$, $-\eta = "4"$:
الترتيب

$$\sigma = (1 \ 2 \ 3 \ 4)$$

$$\tau = (2 \ 4)$$

مجموع

$$G = \langle \sigma, \tau \rangle \cong D_4$$

