

לינארית 1 - בוחן תשעח

מתרגלים: ניקול בלשוב, עדי בן צבי, תמר בר־און, עוזי חרוש, מיכאל טוויטו, פולינה לצקר, עקיבא מלכה.

משך המבחן: 1:45 שעות.

עליכם לענות על כל השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.

חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון פשוט.

בהצלחה!

1. הוכיחו/הפריכו:

(א) אם A מטריצה סימטרית והפיכה, אז A^{-1} סימטרית.

(ב) אם למערכת $Ax = b$ יש אינסוף פתרונות, אז קיים וקטור c כך שלמערכת $Ax = c$ אין פתרון.

(ג) אם למערכת $Ax = b$ אין פתרון, אז קיים וקטור c כך שלמערכת $Ax = c$ יש אינסוף פתרונות.

2.

(א) עבור אילו ערכי k (מעל \mathbb{R}) יש למערכת

$$\begin{cases} x + y + z + w = 1 \\ x + ky + z + w = 1 \\ x + y + k^2z + w = k \end{cases}$$

i. אפס פתרונות.

ii. אינסוף פתרונות.

iii. פתרון יחיד.

(ב) עבור $k = 1$ מצא את הפתרון הכללי של המערכת.

3.

(א) תהי A מטריצה. נניח שאחרי ביצוע פעולות השורה הבאות:

$$R_1 \rightarrow 2R_1$$

$$R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1$$

$$R_3 \leftrightarrow R_2$$

$$R_1 \rightarrow R_1 + R_2$$

הגענו למטריצה $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$. מצאו את A .

(ב) תהי B מטריצה כלשהי מגודל 3×3 . נניח שאחרי ביצוע אותן פעולת שורה מסעיף א', הגענו למטריצה כלשהי C . הוכיחו ש B הפיכה אם ורק אם C הפיכה.