

תרגיל 5

1 בדצמבר 2019

שאלה 1

האם הקבוצה הבאה היא קבוצה פתוחה? הצדיקו את תשובתכם

$$\{(x, y, z) \mid |e^{xyz^2 \cdot \cos(y)} - \sin(z^5) + x^3 y^3 z^2| > 0\}$$

שאלה 2

האם הפונקציה $f(x, y) = \frac{1}{1-x^2-y^2}$ רציפה במ"ש על התחומים הבאים:
(א)

$$D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

(ב)

$$D_2 = \{(x, y) \mid 3 < x^2 + y^2 < 4\}$$

שאלה 3

(א) הוכיחו כי אם פונקציה $f(x, y)$ היא רציפה ב- \mathbb{R}^2 אזי היא רציפה שם לפי x ולפי y .

(ב) הראו על ידי מתן דוגמה נגדית שההפך לא בהכרח נכון, כלומר הראו שרציפות של

פונקציה לפי משתנה x ולפי משתנה y אינה גוררת רציפות בנקודה.

(ג) הוכיחו או הפריכו:

תהי פונקציה המוגדרת על תחום D , רציפה במ"ש לפי x (כלומר לכל y' הפונקציה $g(x) = f(x, y')$ רציפה במ"ש) ורציפה במ"ש לפי y . אזי $f(x, y)$ רציפה ב- D .

שאלה 4

האם קיים ערך של a כך שהפונקציה הבאה תהיה רציפה בנקודה $(0,0)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ a & \text{otherwise} \end{cases}$$

שאלה 5

האם הקבוצות הבאות הן קשירות ב- \mathbb{R}^2 :

(1)

$$\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 25, x^2 - y^2 > 1\}$$

(2)

$$\{(x, y) \mid x > 0, x < 0, x + y > -1\}$$