

סטטיסטיקה והסתברות

תרגיל מספר 10

הגשה: בתירגול שלכם בלבד. הקבוצה של חיה: 22.5 הקבוצה של טל: 24.5

שאלה 1:

נתון $X \sim \exp(\lambda)$ ויהי $Y = X^3$ מהי פונקציית הצפיפות של המי"מ Y ?

שאלה 2:

גבר ואישה מחליטים להיפגש במקום מסוים, בין השעות 12:00 ל-13:00. כל אחד מהם מגיע למקום שנקבע באופן בלתי בתלוי באחר, ברגע שהתפלגותו אחידה בפרק הזמן דלעיל. מצא את ההסתברות שהמגיע ראשון חייב להמתין למעלה מ-10 דקות.

שאלה 3:

פונקציית הצפיפות המשותפת של X ו- Y נתונה ע"י $0 < x < 1, 0 < y < 2$
 $f(x, y) = \frac{6}{7} \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right)$

א. בדקו שזוהי אכן פונקציית צפיפות משותפת.

ב. חשבו את פונקציית הצפיפות השולית של X .

שאלה 4:

יהי X משתנה מקרי המתפלג אחיד על-פני $[-1, 1]$.

א. מצא את התפלגות $\sqrt{|X|}$

ב. מצא את התפלגות $-\ln(|X|)$.

שאלה 5:

יהי X משתנה מיקרי רציף המתפלג בצורה אחידה בקטע $[0, 1]$. נניח כי $Y|X = x$ מתפלג בצורה אחידה בקטע $(x, x + 1)$.

א. מהי פונקציית הצפיפות המשותפת של X ו- Y ?

ב. מצאו את הצפיפות השולית של Y .

ג. האם X ו- Y תלויים?

ד. מהי פונקציית הצפיפות של $X|Y = y$? כיצד מתפלג $X|Y = y$?

ה. חשבו את $E(Y|X)$.

ו. חשבו את $E(Y)$.

שאלה 6:

ציוני המבחן הפסיכומטרי של תלמידים בקורס לסטטיסטיקה מתפלג נורמלית עם ציון ממוצע 500 וסטיית תקן 100.

- א. מהי ההסתברות שתלמיד שנבחר באופן אקראי יקבל מעל 700 ?
- ב. מהי ההסתברות שתלמיד שנבחר באופן אקראי יקבל פחות מ-400 ?
- ג. מהו אחוז התלמידים אשר קיבלו ציון בין 500 ל-600 ?
- ד. מהו ציון הפסיכומטרי המקסימלי המתאים עבור 90% מהאוכלוסייה ?

שאלה 7:

בנק לאומי עורך בדיקה של מחירי השירות והפוליסות הצוברות ריבית בחשבונות עו"ש. הבנק מצא שהמאזן השבועי בחשבונות עו"ש פרטיים הוא 550 ₪ עם סטיית תקן של 150 ₪. בנוסף מצאו שהמאזן השבועי מתפלג נורמלית.

- א. מהו אחוז לקוחות עו"ש פרטיים שיש להם יתרה גבוהה מ-800 ₪?
- ב. מהו אחוז לקוחות עו"ש פרטיים שיש להם יתרה פחות מ-200 ₪?
- ג. מהו אחוז לקוחות עו"ש פרטיים שיש להם יתרה בין 300 ו-700 ₪?
- ד. הבנק שוקל לשלם ריבית ללקוחותיו שיתרתם עולה על סכום מסוים. אם הבנק לא רוצה לשלם ליותר מ-5% של לקוחותיו, מה המינימום של היתרה השבועית שעליה יהיה מוכן לשלם ריבית?

שאלה 8:

משקל חבילת אורז, X , מתפלג נורמלית עם תוחלת 200g וסטיית תקן σ . ידוע כי $P(X < 193.3) = 0.25$

- א. מצא את סטיית התקן של התפלגות משקל החבילה.
- ב. נבחרו 100 חבילות אורז באופן אקראי. מהי שונות מס' החבילות, מתוך המאה, שמשקלן נמוך מ-190g?

שאלה 9:

מצאו כי גובה הצמיחה הממוצע של צמח נוי מסוים הוא 60 ס"מ וסטיית התקן 10. בהנחה שהגובה מתפלג נורמלית :

1. מהו אחוז הצמחים שהגובהם קטן מ 40 ס"מ?
2. מה ההסתברות שגובה הצמח יעלה על 85 ס"מ?
3. מה הסיכוי ששני צמחי נוי שנבחרו באקראי יהיו שניהם נמוכים מ – 70 ס"מ?