

אלגברה לינארית 2 למתמטיקה 88-113
סמסטר ב' - מועד א' התשע"ג

אורך הבחינה : 3 שעות.
 חומר עזר : מחשבון מדעי בסיסי ללא תכנות.
 יש לרשום את השאלות שנבחרו בראש העמוד הראשון!!!!

חלק א' : משפטים: (20 נק')

נסחו והוכיחו 1 מתוך 2 המשפטים הבאים:

1. א"ש בסל וא"ש קושי-שוורץ.
2. הקריטריון לנורמליות.

חלק ב' :שאלות: (80 נק')

פתרו 4 מתוך 5 השאלות הבאות:

$$3. \text{ תהי } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \\ 2 & -4 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \text{ מצאו } B \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \text{ כך ש } B^t B = A.$$

4. תהא $A \in F^{n \times n}$ לכסינה בעלת פולינום אופייני $f_A(x)$. הוכיחו ללא שימוש במשפט קיילי-המילטון כי $f_A(A) = 0$.

5. יהיו $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ כך ש $AB \cdot adj(BA) = I$. הוכיחו כי $|AB| = 1$ והשתמשו בכך כדי להוכיח $AB = BA$.

6. יהי V ממ"פ מעל F ממימד n . יהיו $\{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subseteq V$. תהי $A \in F^{n \times n}$ מוגדרת כך : $a_{i,j} = \langle v_i, v_j \rangle$. הוכיחו כי A אינה הפיכה אמ"ם $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ת"ל.

7. הוכיחו/הפריכו :

- א. יהי V ממ"פ מרוכב. $T: V \rightarrow V$ הע"ל. אם כל הע"ע של T ממשיים אזי T צמודה לעצמה.
- ב. אם $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ מקיימת $A^* = A^2 + I$ אזי קיימת מטריצה אוניטרית U כך ש UAU^{-1} היא אלכסונית.
- ג. יהי V ממ"פ ממימד סופי. $T: V \rightarrow V$ הע"ל אוניטרית. אם וקטור $0 \neq v \in V$ מקיים $\|T(v) + v\| = \|T(v)\| + \|v\|$ אזי 1 הוא ע"ע של T .

2 הצלחה