

מבחן מועד ג' – 88-133 אינפי 2 תשפ"א

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: ד"ר ארז שיינר.

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

א. $\int \tan(x) \sin^2(x) dx$ ב. $\int \left(\frac{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 + 2x} \right) dx$

2. קבעו האם האינטגרלים הבאים מתכנסים:

א. $\int_0^{\infty} \frac{\sin(x) + x^2}{x^4} dx$

ב. $\int_1^e \frac{1}{\ln(x)} dx$

3. קרבו את הערכים הבאים עד שגיאה של $h = \frac{1}{100}$

א. $\ln(4)$

ב. $\int_0^1 \left(\int_0^x e^{(t^2)} dt \right) dx$

4. נביט בפונקציה $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(\sqrt{n} \cdot x^2)}{n^2}$

א. הוכיחו כי f רציפה בכל הממשיים.

ב. הוכיחו או הפריכו: f גזירה בכל הממשיים.

5. תהי פונקציה f בעלת נגזרת רציפה בכל הממשיים, כך שהאינטגרל הלא אמיתי $\int_1^{\infty} f(x) dx$ מתכנס.

א. האם ייתכן כי $\int_0^1 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ הוא אינטגרל אמיתי? אם כן תנו דוגמא, אחרת הוכיחו שלא.

ב. נניח כי $\int_0^1 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ אינו אמיתי. האם הוא בהכרח מתכנס? אם כן הוכיחו, אחרת תנו דוגמא נגדית.