

תרגיל תכנות 5: משחק מטבעות

15 בפברואר 2017

שני שחקנים משחק במשחק סכום אפס (כלומר אחד מרוויח מה שהשני מפסיד). ישנן n מטבעות\שטרות מסודרים (לא בהכרח בסדר עולה) בשורה על שולחן (n מספר זוגי). עובדים לפי תורות. בכל תור שחקן חייב לקחת או את המטבע הראשון בשורה או את המטבע האחרון בשורה.

כלומר בסוף המשחק לכל שחקן יהיו $\frac{n}{2}$ מטבעות בכיס. וכמובן שכל שחקן ירצה שסך המטבעות שלו יהיה כמה שיותר גדול.

דוגמה למשחק של שחקן חמדן: נניח שהמטבעות הן

3 10 21

השחקן החמדן יכול לקחת את המטבע 3 או 1 (כי הם בקצוות). מכיוון שהוא חמדן הוא יקח את 3 וכאשר יבוא התור של השני כך תראה השורה:

10 21

עכשיו השחקן השני יקח כמובן את 10 ונקבל:

21

השחקן החמדן יקח 2 והשחקן השני יקח את ה 1 הנותר. המטבעות אצל החמדן הן: 3 2 והשחקן השני 10 1. השחקן השני ניצח עם 11 שווי כולל.

אם השחקן החמדן היה חכם יותר הוא היה לוקח בצעד הראשון את 1. ואז לא משנה מה היה בוחר השחקן השני, מטבע 10 היה מגיע לאחד מקצוות השורה בתור השני של החמדן.

המטרה בתרגיל זה היא להשתמש בתכנון דינמי כדי לפתור את הבעיה בסיבוכיות ריבועית: נגדיר בתור V_{ij} את הסכום המקסימלי שהשחקן הראשון יכול לקבל במשחק כאשר כל המטבעות עד המטבע שמיקומו $i-1$ נלקחו מצד שמאל של השורה, וכל המטבעות מהמטבע האחרון עד המטבע $j+1$ כבר נלקחו (מצד ימין).

כלומר המטבעות שמונחים לפני השחקן הראשון הם המטבעות i עד j בשורה. בפרט אנחנו נרצה ש V_{1n} יהיה מקסימלי (מזכיר שוב ש n זוגי), שכן אז כל המטבעות

על השולחן וזהו תחילת המשחק. נגדיר בתור c_i את הערך של המטבע i . עלינו למצוא נוסחה רקורסיבית ל V ולנסות "למחזר" חישובים לפי הנוסחה.

נניח שעל השולחן יש את המטבעות $i...j$ עכשיו אנחנו צריכים להחליט אם לבחור את המטבע i או מטבע j . אם נבחר את c_i אז הוא יכנס לכיסנו ועוד מה שנרוויח משאר

המשחק, כלומר מה שנרוויח כאשר יש את המטבעות $i + 1$ עד j על השולחן ועכשיו **התור של היריב**, מכיוון שהיריב לא טיפש הוא יעשה אסטרטגיה שתמקסם לו את הרווחים-ותמזער לנו את הרווחים ויבחר את המטבע c_{i+1} או c_j ואז יגיע התור שלנו.

רמז: אם נבנה טבלה בשביל ערכי V נקבל טבלה שבה התא (i, j) בטבלה תלוי בשלושה התאים הקרובים אליו: $(i + 1, j - 1)$, $(i, j - 2)$, $(i + 2, j)$. חישוב האלכסון המשני $(i, i + 1)$ לכל i הוא קל ויהוו את תנאי ההתחלה למילוי הטבלה עד לתא הרצוי $(1, n)$