אנפי 88-230
כ' קטלרבין
דף נוסחאות

בס"ד

קואורדינטות קוטביות/פולריות (2 מימדים) (r,θ):

$$r=\sqrt{x^2+y^2}\,,\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ ;x=r\cos\theta\,,\ y=r\sin\theta\,,\ J=r$$

קואורדינטות אליפטיות אליפטיות (2 מימדים) (r,θ):

$$r=\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}}\,,\ \tan\theta=\frac{a}{b}\cdot\frac{y}{x}\ ;x=ar\cos\theta\,,\ y=br\sin\theta\,,\ J=abr$$

קואורדינטות גליליות (3 מימדים) (r,θ,z):

$$\tan\theta=\frac{y}{x}\ ;r=\sqrt{x^2+y^2}\ ;z=z\,,\ J=r\ ;x=r\cos\theta\,,\ y=r\sin\theta$$

קואורדינטות ספריות/כדוריות (3 מימדים) (r,θ,z):

$$;x=r\sin\theta\cos\varphi\,,\ y=r\sin\theta\sin\varphi\,,\ z=r\cos\theta\,,\ J=r^2\sin\theta$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,,\ \cos\theta=\frac{z}{r}=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,,\ \tan\varphi=\frac{y}{x}$$

$$0\le\theta\le\pi\,,\ 0\le\varphi\le 2\pi$$

יעקוביאן־החלפת קואורדינטות (כללי)

אינטגרל כפול־

$$J=\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}=\begin{vmatrix} x'_u & x'_v\\ y'_u & y'_v\end{vmatrix}\,,\ J^{-1}=\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}\begin{vmatrix} u'_x & u'_y\\ v'_x & v'_y\end{vmatrix}\ ;\iint_D f_{(x,y)}dxdy=\iint_D f_{(x(u,v),y(u,v))}\cdot|J|\,dudv$$

אינטגרל משולש־

$$;\iiint_D f_{(x,y,z)}dxdydz=\iiint_D f_{(x(u,v,w),y(u,v,w),z(u,v,w))}\cdot|J|\cdot dudvdw$$

$$J=\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}=\begin{vmatrix} x'_u & x'_v & x'_w\\ y'_u & y'_v & y'_w\\ z'_u & z'_v & z'_w\end{vmatrix}\,,\ J^{-1}=\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}=\begin{vmatrix} u'_x & u'_y & u'_z\\ v'_x & v'_y & v'_z\\ w'_x & w'_y & w'_z\end{vmatrix}$$

דיפרנציאביליות:

$$f(a+h)=f(a)+\nabla f\cdot h+\varepsilon(h)\cdot\|h\|$$

עבור־

$$\nabla f=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1},\dots,\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)\,,\ h=(h_1,\dots,h_n)$$

נגזרת מכוונת־ $D_u(f)(a)=(\nabla f(a))\cdot\frac{u}{\|u\|}\ ;D_u(f)=\lim\limits_{t\to 0}\frac{f(a+tu)-f(a)}{\|u\|t}$

כלל השרשרת־ $\frac{\partial f}{\partial t_i}=\frac{\partial f}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial x_1}{\partial t_i}+\frac{\partial f}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial x_2}{\partial t_i}+\dots+\frac{\partial f}{\partial x_n}\cdot\frac{\partial x_n}{\partial t_i}$

דיפרנציאל מסדר גבוה־ $d_a^k f(h)=\sum\limits_{\substack{\alpha_1+\dots+\alpha_n=k\\ \alpha_i\in\mathbb{N}\cup\{0\}}}\frac{k!}{\alpha_1!\cdot\ldots\cdot\alpha_n!}\cdot\frac{\partial^k f}{\partial x_1^{\alpha_1}\cdot\ldots\cdot\partial x_n^{\alpha_n}}(a)\cdot h_1^{\alpha_1}\cdot\ldots\cdot h_n^{\alpha_n}$

טור טיילור־ $x_0=\left(x_1^0,\dots,x_n^0\right)\,,\ x=a+h\,,\ x_0=a\,,\ h=x-x_0$

$$f(x)=\sum_{k=0}^{l}\frac{1}{k!}\sum_{\alpha_1+\dots+\alpha_n=k}\frac{k!}{\alpha_1!\cdot\ldots\cdot\alpha_n!}\cdot\frac{\partial^k f}{\partial x_1^{\alpha_1}\cdot\ldots\cdot\partial x_n^{\alpha_n}}(x_0)\left(x_1-x_1^0\right)^{\alpha_1}\cdot\left(x_1-x_1^0\right)^{\alpha_1}\cdot\ldots\cdot\left(x_n-x_n^0\right)^{\alpha_n}+\underset{\substack{\downarrow\\ peano}}{o\left(\|x-x_0\|^l\right)}$$

שארית לגרנז'־ $R(x)=\frac{1}{(l+1)!}d^{l+1}_{(x_0+\theta(x-x_0))}f(x-x_0)=$

$$=\frac{1}{(l+1)!}\sum_{\alpha_1+\dots+\alpha_n=l+1}\frac{(l+1)!}{\alpha_1!\cdot\ldots\cdot\alpha_n!}\cdot\frac{\partial^{l+1}f}{\partial x_1^{\alpha_1}\ldots\partial x_n^{\alpha_n}}(x_0+\theta(x-x_0))\left(x_1-x_1^0\right)^{\alpha_1}\cdot\ldots\cdot\left(x_n-x_n^0\right)^{\alpha_n}$$

פונקציה סתומה (פונקציה סקלרית)־ $\frac{\partial y}{\partial x_i}=f'_{x_i}=-\frac{F'_{x_i}(\vec{x},f(\vec{x}))}{F'_y(\vec{x},f(\vec{x}))}$

פונקציה סתומה (פונקציה וקטורית)־ $\begin{pmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_i}\\ \vdots\\ \frac{\partial f_r}{\partial x_i}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\frac{\partial F_1}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial y_r}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{\partial F_r}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial F_r}{\partial y_r}\end{pmatrix}^{-1}\cdot\begin{pmatrix}\frac{\partial F_1}{\partial x_i}\\ \vdots\\ \frac{\partial F_r}{\partial x_i}\end{pmatrix}$

פונקציה הפוכה־ $\underset{\substack{\downarrow\\ \text{Jacob matrix of } f^{-1}\text{in } f(a)}}{d_{f(a)}\left(f^{-1}\right)}=(d_a(f))^{-1}$