

195-89 תשע"א

תרגיל 7:

1. אדם נכנס למכולת ומבקש לקנות חומוס. לבקשתו הוא נענה שיש במכולת חומוס של חמש חברות שונות, כאשר כל חברה משווקת את החומוס בקופסאות בשלוש מידות שונות (1 ק"ג, 500 גרם ו-250 גרם), וכל קופסא ניתן לקבל עם סחוג ובלי סחוג.
- א. כמה אפשרויות לקניית קופסת חומוס אחת עומדות בפניו?
ב. כמה אפשרויות לקניית שתי קופסאות חומוס – האחת עם סחוג והשניה בלי סחוג, עומדות בפניו?
ג. כמה אפשרויות לקניית שלוש קופסאות חומוס – האחת במשקל 1 ק"ג, השניה במשקל 500 גרם והשלישית במשקל 250 גרם, עומדות בפניו?
2. כמה סידורים שונים יש לאותיות המרכיבות את המילים הבאות: (רמז: התייחסו תחילה לאותיות הזהות כשונות)
a. PEPPER
b. ARRANGEMENT
c. כמה סידורים שונים יש לאותיות המילה ARRANGEMENT כאשר ה-A-ים, ה-E-ים וה-R-ים צמודים (לדוגמא הסידור AANRRGEEMNT)?
3. נתונה קבוצה של שבעה צרפתים, עשרה איטלקים וחמישה אנגלים.
א. בכמה אופנים ניתן לבחור מהקבוצה שלושה אנשים מלאומים שונים?
ב. בכמה אופנים ניתן לבחור מהקבוצה שני אנשים בעלי לאום שונה?
ג. בכמה אופנים ניתן לבחור מהקבוצה שלושה אנשים בעלי לאום זהה?
ד. בכמה אופנים ניתן לבחור מהקבוצה שלושה אנשים באופן שיהיו ביניהם שניים בעלי לאום משותף והשלישי בעל לאום אחר?
4. בכד מונחים שבעה כדורים השונים זה מזה, מהם ארבעה ירוקים ושלושה צהובים. ניתן להבדיל בין כדורים מאותו צבע (אפשר להניח ששבעת הכדורים ממוספרים). בכמה אופנים ניתן לבחור מהכד שלושה כדורים (סדר בחירת הכדורים לא משנה)
כך ש:
א. ביניהם יהיו בדיוק שניים ירוקים?
ב. לפחות אחד מהם יהיה צהוב?
ג. ביניהם יהיו כדורים משני הצבעים?
5. כמה מספרים בני 6 ספרות בנויים מהספרות 2,3,9 וגם:
a. מתחלקים ב-2?
b. מתחלקים ב-3?
c. מתחלקים ב-6?
6. מחלקים $2n$ קלפים ממוספרים מ-1 עד $2n$ ל-2 ערימות של n קלפים כל אחת ($n \geq 2$). יש חשיבות לסדר הערימות.
a. בכמה דרכים ניתן לבצע חלוקה זו?
b. בכמה דרכים ניתן לבצע את החלוקה כך ששניים מהקלפים 1,2,3,4 נמצאים בערימה אחת ושניים בערימה השנייה?
c. בכמה דרכים ניתן לבצע את החלוקה כך ששלושה מהקלפים נמצאים בערימה אחת ואחד בערימה השנייה? (שימו לב: יתכן גם שקלף אחד בערימה אחת ושלושה קלפים בערימה השנייה).

d. מה יותר גדול: התוצאה של סעיף b או התוצאה של סעיף c? (השוו בין התוצאות, וקבעו עבור אילו ח-ים $b > c$, ועבור אילו ח-ים $c > b$, ומתי יש שוויון.)

7. נתונים n אחדים ו-m אפסים.

הראו שמספר הדרכים לסדר אותם בשורה כך שאין שני אחדים סמוכים הוא

$$\binom{m+1}{n}$$

8. בכמה דרכים אפשר לבחור z מספרים שונים מתוך $\{1, 2, \dots, n\}$ כך שאין שני מספרים עוקבים (רמז: היעזרו בשאלה 7). שימו לב: אין חשיבות לסדר בחירת המספרים.

9. מה מספר הדרכים להושיב 14 אנשים כך ש:

a. 8 אנשים יושבים סביב שולחן עגול והיתר יושבים סביב שולחן עגול אחר.

b. 8 אנשים יושבים סביב שולחן עגול והיתר על הספסל.

(שימו לב: מקומות הישיבה סביב השולחנות העגולים אינם מסומנים, כלומר אין הבדל בין המקומות סביב השולחן מנקודת ראותם של היושבים).

10. ידוע שג'רי, ג'ורג', איליין וקוזמו שוקלים יחד 300 קילו.

a. כמה אפשרויות יש למשקלים של ארבעתם?

b. כמה אפשרויות יש למשקלים שלהם כאשר ג'רי שוקל לפחות 60 קילו, ג'ורג' שוקל

לפחות 80 קילו ואיליין שוקלת לפחות 45 קילו?

c. כמו b, אבל נתון שמשקלם הוא לכל היותר 300?

בהצלחה!