

## תרגיל 8

### שאלה 1:

נניח כי הפיתרונות של המשוואה  $x^2 + ax + b = 0$  הינם משתנים מקריים בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה:  $X_1 \sim U(-1,1)$  ו-  $X_2 \sim U(0,1)$ .  
מהי ההסתברות ש  $a > b$  ?

בהינתן ש  $a > -1$  מהי ההסתברות ש  $b > 0$  ?

נניח עתה שבמקום  $X_1, X_2$ ,  $a \sim U(0,1), b \sim U(0,1)$  הם המשתנים המקריים הנתונים של המשוואה הריבועית. (שימו לב שגם קודם הם היו משתנים מקריים אך מן הסתם לא ניתנו מפורשות)  
חשבו את ההסתברות ש-  $X_1, X_2 \in \mathbb{R}$  ושמתקיים  $|X_1 - X_2| < \frac{1}{2}$  !

### שאלה 2:

אורך שיחה בטלפון בדקות מתפלג מערכית עם  $\lambda = 0.1$ . מה ההסתברות –

1. ששיחה אורכת יותר מ-10 דקות?

2. ששיחה אורכת בין 10 ל-20 דקות?

### שאלה 3:

$$Y = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 1, & a < x < b \\ 2, & x \geq b \end{cases}$$

המשתנה המקרי  $X$  מתפלג מערכית עם פרמטר  $\lambda$ . המשתנה המקרי  $Y$  מוגדר ע"י:  
כאשר  $a, b$  הם מספרים שלמים חיוביים.

בטאו את  $a$  ו  $b$ , כפונק' של  $\lambda$ , כך של- $Y$  תהיה התפלגות אחידה על  $\{0,1,2\}$ .

### שאלה 4:

נתון  $X \sim \exp(\lambda)$  ויהי  $Y = X^3$  מהי פונקצית הצפיפות של המי"מ  $Y$ ?

### שאלה 5:

פונקצית הצפיפות המשותפת של  $X$  ו- $Y$  נתונה ע"י  $0 < x < 1, 0 < y < 2$   
 $f(x, y) = \frac{6}{7} \left( x^2 + \frac{xy}{2} \right)$

א. בדקו שזוהי אכן פונקצית צפיפות משותפת.

ב. חשבו את פונקצית הצפיפות השולית של  $X$ .

### שאלה 6:

יהי  $X$  משתנה מקרי המתפלג אחיד על-פני  $[-1, 1]$ .

- א. מצא את התפלגות  $\sqrt{|X|}$
- ב. מצא את התפלגות  $-\ln(|X|)$ .

### שאלה 7:

יהי  $X$  משתנה מיקרי רציף המתפלג בצורה אחידה בקטע  $[0, 1]$ . נניח כי  $Y|X = x$  מתפלג בצורה אחידה בקטע  $(x, x + 1)$ .

- א. מהי פונקצית הצפיפות המשותפת של  $X$  ו- $Y$ ?
- ב. מצאו את הצפיפות השולית של  $Y$ .
- ג. האם  $X$  ו- $Y$  תלויים?
- ד. מהי פונקצית הצפיפות של  $X|Y = y$ ? כיצד מתפלג  $X|Y = y$ ?
- ה. חשבו את  $E(Y|X)$ .
- ו. חשבו את  $E(Y)$ .