

מרצה: דר' ארז שיינר      משך המבחן: שלוש שעות      חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד  
משקל כל שאלה: 20 נק'      ענו על כל השאלות      כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)(\sqrt{x+1}-1)}{1-\cos(x)}$       ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 1}{x - 1}$       ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+2}{n-1} \right)^n$

2.

א. חשבו את  $\int \frac{\tan(x)}{\cos(x)+1} dx$

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס  $\int_1^{\infty} \frac{\sin^2(e^x)}{x^2} dx$

3. תהי  $a \in \mathbb{R}$ . מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} + a$ , הוכיחו תשובתכם.

4. תהיינה פונקציות  $f, g$  כך שמתקיים כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot g(x) = 0$ .

א. הוכיחו שאם  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$  אזי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

ב. הוכיחו/הפריכו: אם זה לא נכון ש  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$  אזי בהכרח  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

5. תהי סדרה  $a_n$  המקיימת כי  $a_{n+1} > 2a_n + 1$  לכל  $n \in \mathbb{N}$ , וכמו כן  $a_1 > 0$ .

א. הוכיחו כי הסדרה  $a_n$  מונוטונית עולה.

ב. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n}$ .

6.

א. חשבו את גבול הסדרה  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \sin\left(\frac{k}{n}\right)$ .

ב. קרבו את  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  עד כדי שגיאה של  $\frac{1}{100}$ .  $h = \frac{1}{100}$