

## בוחר לינארית 88-112

2.8.22, ה' אב תשפ"ב

**מתרגלים:** שחר חנניה, כנה נהיר, נעה כהן, גלעד פורת-קורן, עידו פלדמן, הראל רוזנפלד, אושרית שטוסל.

**הנחיות:**

- משך הבוחן: שעה ללא תוספת זמן, שעה וחצי כולל תוספת זמן.
- חומרי עזר: ללא חומרי עזר, פרט למחשבון פשוט.
- ניקוד מקסימלי: 110.
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי, התחילו עם השאלות בהן אתם מרגישים בטוחים יותר.
- יש לכתוב את כל התשובות על טופס הבוחן בעט (ניתן לכתוב משני צידי הדף). יש להוכיח ולנמק את התשובה בכל השאלות.

1. יהי  $V = \mathbb{C}^3$  מרחב וקטורי מעל  $\mathbb{C}$ .

א. קבעו לאילו ערכי  $a$  הקבוצה  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a+1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a-1 \end{pmatrix} \right\}$  ת"ל. (18 נק')

ב. עבור כל אחד מערכי  $a$  שמצאתם בסעיף א קבעו האם  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1+i \\ 2 \end{pmatrix} \in \text{Span}(S)$ .

(12 נק')

2. יהיו  $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$  כך ש-  $a_1 \neq 0$ . נסמן  $v = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ .

- א. חשבו את הצורה המדורגת קנונית של  $vv^t$ . (14 נק')
- ב. עבור  $n = 3$ , פתרו את מערכת המשוואות  $(vv^t)x = 0$ . (13 נק')
- ג. עבור  $n = 3$ , פתרו את מערכת המשוואות  $(vv^t)x = v$ . (13 נק')  
(בטאו את הפתרונות, אם קיימים, באמצעות  $a_1, a_2, a_3$ ).

3. א. תהיינה  $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$  משולשיות עליונות, הוכיחו כי  $AB$  משולשית עליונה.

(14 נק')

ב. תהי  $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$  משולשית עליונה והפיכה. הוכיחו כי  $A^{-1}$  משולשית עליונה.

(13 נק')

ג. תהיינה  $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$  כך ש-  $A$  ו-  $AB$  משולשיות עליונות.

הוכיחו/הפריכו:  $B$  משולשית עליונה. (13 נק')

## בהצלחה!



**שאלה 1:**

יהי  $V = \mathbb{C}^3$  מרחב וקטורי מעל  $\mathbb{C}$ .

א. קבעו לאילו ערכי  $a$  הקבוצה  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a+1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a-1 \end{pmatrix} \right\}$  ת"ל. (18 נק')

ב. עבור כל אחד מערכי  $a$  שמצאתם בסעיף א קבעו האם  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1+i \\ 2 \end{pmatrix} \in \text{Span}(S)$ .

(12 נק')

פתרון שאלה 1:

המשך פתרון שאלה 1:

המשך פתרון שאלה 1:

המשך פתרון שאלה 1:

**שאלה 2:**

יהיו  $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$  כך ש-  $a_1 \neq 0$ . נסמן  $v = \begin{pmatrix} a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ .

- א. חשבו את הצורה המדורגת קנונית של  $vv^t$ . (נק' 14)
- ב. עבור  $n = 3$ , פתרו את מערכת המשוואות  $(vv^t)x = 0$ . (נק' 13)
- ג. עבור  $n = 3$ , פתרו את מערכת המשוואות  $(vv^t)x = v$ . (נק' 13)  
(בטאו את הפתרונות, אם קיימים, באמצעות  $a_1, a_2, a_3$ .)

פתרון שאלה 2:

המשך פתרון שאלה 2:



המשך פתרון שאלה 2:

המשך פתרון שאלה 2:

**שאלה 3:**

- א. תהינה  $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$  משולשיות עליונות, הוכיחו כי  $AB$  משולשית עליונה. (נק' 14)
- ב. תהי  $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$  משולשית עליונה והפיכה. הוכיחו כי  $A^{-1}$  משולשית עליונה. (נק' 13)
- ג. תהינה  $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$  כך ש- $A^{-1}$  ו- $AB$  משולשיות עליונות. הוכיחו/הפריכו:  $B$  משולשית עליונה. (נק' 13)

פתרון שאלה 3:

המשך פתרון שאלה 3:

המשך פתרון שאלה 3:

המשך פתרון שאלה 3: