

תרגיל 6

1. נניח כי $f, f_n : X \rightarrow [0, \infty]$ הינן פונקציות מדידות בממ"ח (X, S, μ) . $f_n \rightarrow f$ כב"מ ו $\int f_n \rightarrow \int f < \infty$. הוכיחו כי $\int_A f_n \rightarrow \int_A f$ עבור כל $A \in S$.

2. תנו דוגמה לסדרה של פונקציות אי-שליליות f_n השואפות לאפס נקודתית כך ש $\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = 0$ אבל לא קיימת פונקציה אינטגרבילית g לכל n .

3. מצאו פונקציה $f : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה ולא אינטגרבילית לבג אך כך שהאינטגרל רימן הלא אמיתי שלה קיים. כלומר, אנו רוצים ש $\int_0^1 |f| dm = \infty$ אבל ש $\lim_{a \rightarrow 0^+} R(f1_{(a,1]})$ קיים.