

אלגברה מופשטת 1, תרגיל בית 7

מתרגלים: סולי וישקאוצן ואדם צ'פמן. להגשה ב-25.12 או ב-28.12 בהתאם לשיעור התרגיל.

(1) תהי G חבורה ותהיינה $A, B \triangleleft G$. תהי A קבוצת כל האיברים מסדר סופי. הוכיחו או הפריכו:

a. $G/A \cong G/B$ אם ורק אם $A = B$.

b. $G/A \cong G/B$ אם ורק אם $A \cong B$.

(2) נביט בחבורה S_6 ובתת-קבוצה $A = \{\sigma \in S_6 : \sigma(4) = 4\}$

a. הראו שזו תת-חבורה.

b. האם היא נורמלית?

c. מה הסדר שלה?

(3) תהי G חבורה מסדר סופי ו $H \triangleleft G$ כך ש $\gcd(|H|, [G:H]) = 1$. הוכח

כי H היא התת-חבורה היחידה של G מסדר $|H|$.

(4) תהי $Aut(\mathbb{Z}_n)$ קבוצת כל האיזומורפיזמים $f: \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n$. הוכח כי

$$Aut(\mathbb{Z}_n) \cong U_n$$

(5) מצאו את כל חבורות המנה של S_3 .