

תרגיל תכנות מספר 2

בתרגיל זה נבנה אלגוריתם ליניארי!! למציאת את האיבר ה- j הכי קטן של מערך בגודל n , בעזרת האלגוריתם "חציון של חציון".
מומלץ להביט בקישור https://en.wikipedia.org/wiki/Median_of_medians#Algorithm
קלט: אינדקס i קטן מ n . גודל מערך n ולאחריו האיברים במערך. (בקלט יהיו רק גדלי מערך שהם חזקות של חמש 5 52 521 ...).
פלט: האיבר ה- i במערך

1. נחלק את המערך לתתי-מערכים בגודל של 5 כך שיהיו $n/5$ קבוצות
2. מצאו חציון של כל קבוצה של 5 (בעזרת איזה אלגוריתמים שתבחרו - זה לא משנה כי אורך המערך לא תלוי בקלט)
3. לקבוצה זו של חציונים (הפלט של שלב 2) בגודל $n/5$ מצאו את החציון באמצעות קריאה רקורסיבית לאלגוריתם זה. כלומר הקלט בשלב זה יהיה: אינדקס $\frac{n}{5} + 1$, גודל מערך $n/5$ ולאחריו אברי המערך.
4. הפלט של שלב 3 נותן לנו מספר שהוא גדול מלפחות 30% מהמספרים וקטן מלפחות 30% מהמספרים* (וראו דוגמה למטה). נרצה למצוא את האינדקס שבו מופיע מספר זה. נבצע זאת על ידי חלוקה שדומה מאוד ל quicksort: נעבור על אברי המערך ונראה כמה מהם קטנים מהצירוף לאחסן אותם ואת המספרים הגדולים מהצירוף. אם $j - 1$ מהם קטנים מהצירוף אז האינדקס שלו הוא j . כתוצאה משלב 3 נקבל שהמיקום של הצירוף הוא:

(א) $j = i$ ואז מצאנו את מבוקשנו ונפלוט את הצירוף.

(ב) $j < i$ ואז נפעיל שוב את האלגוריתם כאשר הפעם הקלט הוא: אינדקס $i - k$, מספר איברי מערך $n - j$ והמערך הוא כל המספרים הגדולים מהצירוף (כלומר המספרים המופיעים אחרי הצירוף)

(ג) $j > i$ ואז נפעיל את האלגוריתם עבור קלט: אינדקס i מספר איברי מערך $j - 1$, והמערך הוא כל המספרים הקטנים מהצירוף.

אינטואיציה: הצירוף נמצא באחוזון 70% - 30% של המערך ולכן בהכרח בשלב הבא של האלגוריתם נעבוד עם לפחות 30% פחות איברים. חישוב זמן ריצה רקורסיבי מתאים יראה תלות ליניארית.

הערה: אתם מוזמנים "למחזר" קודים כרצונכם, בפרט כדאי לקחת קוד quicksort ולהוציא ממנו את השלב של מציאת מיקום צירוף. בהצלחה

*לדוגמה: נניח שהמערך הוא בן 15 אברים. נפרק אותו ל 3 קבוצות בגודל 5: a_1, \dots, a_5
 b_1, \dots, b_5 c_1, \dots, c_5 . נניח שהחציונים של תתי הקבוצות הם: a_3, b_3, c_3 . נביט על החציון
של קבוצה זו: b_3 . מאיזה מספרים הוא גדול:
הוא חציון של של הקבוצה b :

$$b_3 > b_2, b_1$$

הוא חציון של a_3, b_3, c_3 :

$$b_3 > a_3$$

אבל מתקיים $a_3 > a_1, a_2$ כי הוא חציון של קבוצה a
יוצא ש b_3 גדול מ-5 מספרים כלומר שליש מהמערך המקורי.