

## תרגיל בית 4

1. תנו דוגמא לפונקציה  $f$  שאינה מדידה לבג אבל  $|f|$  כן מדידה לבג.

2. תהי  $\{A_i\}$  סדרה של קבוצות זרות במרחב מדיד  $(X, S)$ .

i. יהיו  $\{g_i\}_{i \geq 1}$  סדרה של פונקציות על  $X$  המדידות  $S$ . הראו כי  $\sum_{i=1}^{\infty} 1_{A_i} g_i$  מתכנסת

ומדידה  $S$ .

ii. נניח כי  $\bigcup_n A_n = X$ . תהי  $\mathcal{G} = \sigma(\{A_i : i \geq 1\})$  ופונקציה  $h: X \rightarrow \mathbb{R}$ . הראו כי  $h$

מדידה אמ"מ  $h$  קבועה על כל  $A_i$ .

3. יהי מרחב מדיד  $(X, S)$  ועליו מוגדרות הפונקציות המדידות  $f_1, f_2, f_3: X \rightarrow \mathbb{R}$  ו- $f_3$  (  $i = 1, 2, 3$  ). התבוננו במשוואה הבאה

$$f_1(x)t^2 + f_2(x)t + f_3(x) = 0$$

זוהי משוואה ריבועית ב  $t$  לכל  $x \in X$ .

הראו כי  $A \equiv \{x \in X : \text{the equation has two distinct roots}\}$  הינה מדידה  $S$ .

4. יהי מרחב מדיד  $(X, S)$  ויהיו  $f, g$  פונקציות מדידות  $S$  המקבלות ערכים ב  $\mathbb{R}$ . הראו כי

הפונקציה  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} 1_{(g(x) \neq 0)}$  הינה מדידה  $S$ .