

תרגיל 2 מופשטת 3

בכל התרגיל אתם מתבקשים לנמק את צעדיכם ככל האפשר.

1. שחקו ב Euclid the game (<http://euclidthegame.com/>) עד שלב 6 כולל. הגישו רק את הפתרון שלכם לשלב 4 (בניית ניצב לקו ישר).

2. נניח כי a, b הם מספרים ניתנים לבניה. הוכיחו כי ab ניתן לבניה. (רמז: דמיון משולשים). הניחו כי אתם יכולים לבנות כל מה שעשיתם כבר בשאלה 1.

3. פתרו את מערכת המשוואות (בנעלמים s, t) מעל השדה $\mathbb{Q}[x]/\langle x^3 + 2 \rangle$:

$$s + xt = 1$$

$$xs + t = -1$$

בטאו את התשובה עם נציגים בדרגה מינימלית.
(x או 1 במשוואות זה כמובן קיצור עבור $x + \langle x^3 + 2 \rangle$ או $1 + \langle x^3 + 2 \rangle$).

4. הוכיחו כי $\mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{3}] = \mathbb{Q}[\sqrt{2} + \sqrt{3}]$.