

מבחן מועד ג' – 83-112 חדו"א 1 להנדסה – 08/04/21

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משך המבחן: שלוש שעות

מרצה: דר' ארז שיינר

כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100

ענו על כל השאלות

משקל כל שאלה: 20 נק'

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + n^4}{4 + (4n)!} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(2x)^{3x} - 1}{x \cdot \ln(x^4)} \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2(2x)}{xe^{3x} - xe^{4x}} \quad \text{א.}$$

2.

א. חשבו את $\int \arctan(x) dx$.

ב. חשבו את האינטגרל הבא $\int_0^\infty xe^{-x^2} dx$.

3. נביט בפונקציה $f(x) = \sqrt{|(x - a^2)(x - 3a + 2)|}$

א. מצאו ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$ וערך של x כך ש f אינה גזירה בנקודה x , הוכיחו תשובתכם.

ב. מצאו ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$ עבורו הפונקציה גזירה בכל הממשיים, או הוכיחו שאין כזה.

ג. מצאו ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$ עבורו אין נקודה בה $f'(x) = 0$, או הוכיחו שאין כזה.

4. תהי פונקציה f הגזירה בכל הממשיים, כך שלמשוואה $f(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות.

א. הוכיחו/הפריכו: למשוואה $f'(x) = 0$ יש בדיוק פתרון אחד.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ אזי הפונקציה f חסומה מעיל בממשיים.

5. תהי סדרה המקיימת $a_{n+1} = a_n + \sqrt{|1 - a_n|}$ לכל $n \in \mathbb{N}$.

א. הוכיחו כי הסדרה מונוטונית עולה.

ב. לכל ערך של האיבר הראשון $a_1 \in \mathbb{R}$, מצאו את גבול הסדרה.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$$

ב. קרבו את $\cos(1)$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$.