# אינפי 3 תרגיל 9

## שאלה 1

הוכח כי המשוואות הבאות מגדירות את $z$ כפונקציה של $x,y$ בסביבת הנקודה $a=(a_1,a_2,a_3)$ וחשב את $z_x(a_1,a_2), z_y(a_1,a_2), z_{xy}(a_1,a_2)$.

.1

$$F(x,y,z)=y^2+xy+z^2-e^z-4=0$$

$$a=(0,e,2)$$

.2

$$xz+y\ln z+x^2=0$$

$$a=(-2,0,2)$$

## שאלה 2

נתונה משוואה $\sqrt{x^2+y^5+\cos z-1}=z^4+1$.

1. האם המשוואה מגדירה בסביבת $(-1,0,0)$ את $x$ כפונקציה של $y,z$?
2. האם המשוואה מגדירה בסביבת $(-1,0,0)$ את $y$ כפונקציה של $x,z$?
3. האם המשוואה מגדירה בסביבת $(-1,0,0)$ את $z$ כפונקציה של $x,y$?

## שאלה 3

1. נניח כי המשוואה $F(x,y,z)=0$ מקיימת את תנאי הפונקציה הסתומה לפי כל אחד מן המשתנים בנקודה $a=(a_1,a_2,a_3)$ ולכן מגדירה פונקציות

$$x=x(y,z),\quad y=y(x,z),\quad z=z(x,y)$$

מצא את (המספר)

$$\frac{\partial x}{\partial y}(a_2,a_3)\cdot\frac{\partial y}{\partial z}(a_1,a_3)\cdot\frac{\partial z}{\partial x}(a_1,a_2)$$

## שאלה 4

תהי פונקציה $F(x,y)$ המוגדרת על תחום $D$ ובעלת נגזרות חלקיות רציפות עד סדר 2 בתחום $D$. נתונה נקודה $(x_0,y_0)\in D$ כך שמתקיים

$$F(x_0,y_0)=0,\quad F_x(x_0,y_0)=0,\quad F_y(x_0,y_0)\neq 0,\quad F_{xx}(x_0,y_0)\neq 0$$

הוכח כי $F(x,y)=0$ אינה מגדירה את $x$ כפונקציה של $y$ בסביבת הנקודה $(x_0,y_0)$. (רמז: הוכח שהמשוואה מגדירה את $y$ כפונקציה של $x$ ומצא תכונות של פונקציה זו).

## שאלה 5

### סעיף א

הוכיחו כי קיים כדור כלשהוא $B \subseteq \mathbb{R}^4$ שמרכזו ב $(2,1,-1,-2)$ וקיימות פונקציות $u, v : B \to \mathbb{R}$ הגזירות ברציפות על $B$. כך ש

$$u(2,1,-1,-2) = 4, \quad v(2,1,-1,-2) = 3$$

ולכל נקודה $(x,y,z,w) \in B$ מתקיים

$$u^2 + v^2 + w^2 = 29, \quad \frac{u^2}{x^2} + \frac{v^2}{y^2} + \frac{w^2}{z^2} = 17$$

### סעיף ב

מצא את

$$u_x(2,1,-1,-2), \quad v_x(2,1,-1,-2), \quad u_z(2,1,-1,-2), \quad v_z(2,1,-1,-2)$$

## שאלה 6

נתונה מערכת משוואות

$$\begin{aligned} f(x,u,v) &= 0 \\ g(y,u,v) &= 0 \\ h(z,u,v) &= 0 \end{aligned}$$

עבור $a = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \in \mathbb{R}^5$ נסמן

$$A_a = \begin{pmatrix} h_u(a_3,a_4,a_5) & h_v(a_3,a_4,a_5) \\ g_u(a_2,a_4,a_5) & g_v(a_2,a_4,a_5) \end{pmatrix}, \quad B_a = \begin{pmatrix} f_u(a_1,a_4,a_5) & f_v(a_1,a_4,a_5) \\ g_u(a_2,a_4,a_5) & g_v(a_2,a_4,a_5) \end{pmatrix}$$

הוכח כי אם

$$|B_a| h_z(a_3,a_4,a_5) \neq 0$$

אז המערכת מגדירה את $z$ כפונקציה של $x, y$ בסביבת $a$ ומתקיים

$$\frac{\partial z}{\partial x}(a_1,a_2) = \frac{|A_a| f_z(a_1,a_4,a_5)}{|B_a| h_z(a_3,a_4,a_5)}$$