

תרגיל 7 באינפי 2 - מתמטיקאים

שאלה 1

תהי f פונקציה גזירה ברציפות בקטע $(0, 1]$ כך ש

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \infty$$

הוכח כי אורך העקומה של f בקטע $(0, 1]$ הוא אינסופי.

שאלה 2

האם האינטגרלים הבאים מתכנסים?

.1

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan x}{\sqrt{x^3 + x}} dx$$

.2

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$$

שאלה 3

חשב לאילו ערכי $\alpha \in \mathbb{R}$ האינטגרלים הבאים מתכנסים:

.1

$$\int_0^1 \frac{\sin^2(x)}{x^\alpha} dx$$

.2

$$\int_0^1 |\ln(x)|^\alpha dx$$

.3

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \tan^\alpha(x) dx$$

שאלה 4

תהי f גזירה ברציפות בקטע $[a, \infty)$ ונניח שקיים קבוע c עבורו $|f'(x)| \leq c$ לכל $x \in [a, \infty)$.
כמו כן נניח כי $\int_a^\infty |f(x)| dx$ מתכנס.
הוכיחו כי

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

רמז: התבוננו ב

$$\int_a^\infty f(x)f'(x) dx$$