

תרגיל 1

1. הוכיחו: אם f אינטגרבילית ב- $[a,b]$ ו- $c \in \mathbb{R}$ קבוע, אזי $c \cdot f$ אינטגרבילית ב- $[a,b]$ ומתקיים:

$$\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$$

2. האם הפונקציה הבאה אינטגרבילית? נמק: $f(x) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2} \\ \dots & \dots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} < x \leq \frac{1}{n} \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

3. הוכיחו: אם f רציפה ב- $[-a,a]$ ואי זוגית, אזי $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

4. היעזרו בנוסחה: $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ לכל n טבעית כדי לחשב את האינטגרלים

הבאים לפי הגדרה של אינטגרל לפי רימן:

• $\int_1^3 (x^2 - x - 2) dx$

• $\int_0^4 \sqrt[4]{x} dx$

• $\int_2^5 (8x - x^2) dx$

• $0 < a < b \int_a^b \frac{dx}{x^2}$