

## מד"ר למתמטיקאים – תרגיל 1

1. מצאו משוואה דיפרנציאלית עבור כל הישרים במרחק יחידה מהראשית .

2. פתרו את המד"רים:

א.  $y' \cot(x) + y = 2, y(0) = -1$

ב.  $y' = \cos(y - x + 1)$  (פיתרון כללי) .

ג.  $y' = \sqrt{4x + 2y - 1}$

ד.  $y - xy' = a(1 + x^2y')$

ה.  $y' = \frac{4y-2x-6}{y+x-3}$

3. פתרו את :

א.  $2xy' = 2y + \sqrt{x^2 + 4y^2}$  (תזכורת :  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+b}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + b}| + C$ )

ב.  $xy' = y \cos(\ln \frac{y}{x})$

4. בידקו שמשוואות אלו מדוייקות ופתרו אותן :

א.  $e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0$

ב.  $3x^2(1 + \ln y) dx = (2y - \frac{x^3}{y}) dy$

5. פונקציה  $f(x, y)$  הומוגנית מסדר  $n$  אם מתקיים  $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$

כפי שאנו יודעים. זהות אוילר עבור פונקציה הומוגנית מסדר  $n$  היא :

$xf_x + yf_y = nf$  . הוכיחו בעזרת זהות אוילר שאם  $Pdx + Qdy = 0$  מד"ר

הומוגנית מסדר  $m$  (כלומר  $P, Q$  הומוגניות מסדר  $m$ ), אז  $\frac{1}{x^P+y^Q}$  גורם

אינטגרציה .

6. מיצאו תנאי על  $P, Q$  על מנת שלמשוואה  $Pdx + Qdy = 0$  יהיה גורם

אינטגרציה התלוי ב-  $x^2 + y^2$  בלבד.

7. מצאו גורם אינטגרציה ופתרו :

$$\text{א. } (x - y^2)dx + 2xydy = 0$$

$$\text{ב. } (5x^2 + 2xy + 3y^3)dx + (3x^2 + 3xy^2 + 6y^3)dy = 0 \quad (\text{רמז : פונקצייה של } x + y \text{ בלבד})$$

$$\text{ג. } xdy - ydx = 3x^2(x^2 + y^2)dx \quad (\text{ראו שאלה 6...}).$$

8. פתרו:

$$\text{א. } y' = 1 + x^2 - 2xy + y^2 \quad (\text{חישבו על פיתרון פרטי טבעי ביותר...})$$

$$\text{ב. } xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$$

😊 בהצלחה