

תרגיל 10

1. הוכיחו כי לכל $0 < y < x$ ו $\alpha > 1$ מתקיים

$$\alpha y^{\alpha-1}(x-y) < x^\alpha - y^\alpha < \alpha x^{\alpha-1}(x-y)$$

2. יהי $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ פולינום מדרגה $n > 0$ (כלומר $a_n \neq 0$) חשבו את הגבולות

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

כאשר:

(א) $a_n > 0, n$ טבעי אי-זוגי.

(ב) $a_n < 0, n$ טבעי זוגי.

(ג) $a_n < 0, n$ טבעי אי-זוגי.

3. חשבו את הגבולות הבאים (גבול סופי ואינסופי) במידה והגבול לא קיים הסבירו מדוע.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{1-x}} \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} \sin x \quad (\text{ד})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\frac{\pi}{2} - x} \quad (\text{ה})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3} \right) \quad (\text{ו})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}} \quad (\text{ז})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{e^x - x - 1} \quad (\text{ח})$$

4. הוכיחו או הפריכו:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{f(x)} = \infty \quad \text{אז} \quad f(x) > 0 \quad \text{ו} \quad \lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0 \quad \text{אם} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{f(x)} = \infty \quad \text{אז} \quad \lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0 \quad \text{אם} \quad (\text{ב})$$