תורת הקבוצות־ תרגיל בית 8

27 בדצמבר 2015

1. יהיו α, β מונים. הוכח/הפרך: $\alpha + \beta$ מונה.
2. הוכח שכל סודר רגולרי הוא מונה.
3. יהיו α, β מונים. נגדיר חזקות מונים: $\alpha^\beta = |\{f : \alpha \to \beta\}|$ עוצמת קבוצת כל הפו' מ α ל β.

מצאו מונים α, β כך ש: α^β כמונים $<$ α^β כסודרים.

4. נגדיר באינדוקציה על ω: $\alpha_0 = \aleph_0$, $\alpha_{n+1} = \aleph_{\alpha_n}$, $\alpha = sup\{\alpha_n, n < \omega\}$.

הוכיחו ש α הוא הסודר הראשון המקיים $\aleph_\alpha = \alpha$.

5. בכיתה הוכחנו בראשי פרקים את הטענות הבאות:

א. לכל שני סודרים $\alpha, \beta \neq 0$, $\mathrm{cf}(\alpha + \beta) = \mathrm{cf}(\beta)$.

ב. לכל שני סודרים $\alpha, \beta \neq 0$, כך ש β גבולי, $\mathrm{cf}(\alpha \cdot \beta) = \mathrm{cf}(\beta)$.

רשמו הוכחה מלאה לטענות האלו (כלומר, השלימו את הפרטים החסרים.)

כמו כן, הוכיחו:

ג. אם β עוקב אז $\mathrm{cf}(\alpha \cdot \beta) = \mathrm{cf}(\alpha)$.