

- (1) תהי A מטריצה כך שבצורה המדורגת שלה יש שורת אפסים. למערכת $Ax = 0$...
- (א) יש רק פתרון אחד.
 - (ב) אין שום פתרון.
 - (ג) יש יותר מפתרון אחד.
 - (ד) אין מספיק נתונים כדי לדעת בוודאות.

- (2) כמה מטריצות $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ מקיימות $A^2 = I$?
- (א) 2
 - (ב) 4
 - (ג) 10
 - (ד) תשובות א, ב, ג לא נכונות.
- (3) תהי

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

- איזה מהטענות הבאות נכונה?
- (א) $A^2 = 0$
 - (ב) $A^3 = 0$ ו $A^2 \neq 0$
 - (ג) $A^4 = 0$ ו $A^3 \neq 0$
 - (ד) טענות א, ב, ג לא נכונות.

מרחבים וקטוריים

- (4) יהי V מרחב וקטורי ממימד 5 ותהי $A \subseteq V$ קבוצה פורשת. איזה מהטענות הבאות נכונה בוודאות?
- (א) אם נוסף ל A איבר, היא כבר לא תהיה פורשת.
 - (ב) אם נוריד מ A איבר, היא כבר לא תהיה פורשת.
 - (ג) אם נוסף ל A איבר היא תהיה תלויה לינארית.
 - (ד) A קבוצה תלויה לינארית.

- (5) יהי $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ בסיס למרחב וקטורי. נביט על הקבוצה $C = \{v_1 + v_2, v_1 - v_2, v_3 - v_2\}$. איזה מהטענות הבאות נכונה?
- (א) C תמיד פורשת ובת"ל ולכן היא בסיס.
 - (ב) C תמיד פורשת אבל לא בהכרח בת"ל ולכן היא לא בהכרח בסיס.
 - (ג) C תמיד בת"ל אבל לא בהכרח פורשת ולכן היא לא בהכרח בסיס.
 - (ד) C לא בהכרח פורשת ולא בהכרח בת"ל ולכן היא לא בהכרח בסיס.

- (6) תהי $A = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ קבוצה של וקטורים במרחב הוקטורי \mathbb{F}^m . אנחנו מחפשים קבוצה B בלתי תלויה לינארית שתקיים $span(B) = span(A)$. מה עלינו לעשות?
- (א) צריך לשים את וקטורי A בעמודות מטריצה, לדרג את המטריצה, ואז להכניס לקבוצה B את אותם וקטורים $v_i \in A$ כך שבעמודה ה i של המטריצה המדורגת יש איבר מוביל.
 - (ב) צריך לשים את וקטורי A בשורות מטריצה, לדרג את המטריצה לקחת את B להיות כל השורות במטריצה המדורגת שהן לא שורת אפסים.

ג) צריך להרכיב מערכת משוואות לינארית $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_n v_n = 0$ למצוא עבורה פתרון לא טריוויאלי $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \neq (0, 0, \dots, 0)$ ולזרוק מהקבוצה A וקטור v_i שעבורו $\alpha_i \neq 0$.

אז נישאר עם הקבוצה $A' = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \setminus \{v_i\}$.
 נרכיב שוב מערכת משוואות עבור A' ושוב נזרוק וקטור כמו שתואר קודם.
 נמשיך את התהליך עד שנקבל מערכת משוואות שאין לה פתרון לא טריוויאלי.
 הוקטורים שישארו לנו בסוף התהליך יהיו הקבוצה B המבוקשת.
 ד) שלושת השיטות א, ב, ג יפיקו את קבוצה B מתאימה.

מרחבי המטריצה

7) תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מטריצה ותהי P צורה מדורגת שלה. איזה מהטענות הבאות נכונות?

- א) $R(A) = R(P)$ ו $C(A) = C(P)$
 ב) $C(A) = C(P)$ אבל לא בהכרח מתקיים $R(A) = R(P)$
 ג) $R(A) = R(P)$ אבל לא בהכרח מתקיים $C(A) = C(P)$
 ד) לא בהכרח מתקיים $R(A) = R(P)$. לא בהכרח מתקיים $C(A) = C(P)$.

8) תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מטריצה כך ש $rank(A) < n$. איזה מהטענות הבאות נכונה?

- א) קיים מספר טבעי k כך ש $A^k = 0$.
 ב) $rank(A^2) < rank(A)$.
 ג) קיימת מטריצה $B \in \mathbb{F}^{n \times n}$ כך ש $AB = 0$.
 ד) טענות א, ב, ג לא נכונות.

9) ה $A \in \mathbb{R}^{m \times 4}$ מטריצה ששורותיה בלתי תלויות לינארית. נתון כי הפתרון של מערכת המשוואות $Ax = b$

$$b \text{ הוא } \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}$$

מהו m ? (מספר השורות של A).

- א) 2
 ב) 3
 ג) 4
 ד) אין מספיק נתונים כדי לדעת בוודאות.

תשובות: 1) ד 2) ד 3) ב 4) ג 5) א 6) ד 7) ג 8) ג 9) א