מבחן דמה בקורס **"אלגברה לינארית 1"** סמסטר קיץ תשע"א.

בחר אחד מבין שניים: (20 נק')

1. יהי V מ"ו נוצר סופית. הוכח שלכל שני בסיסים של V אותו מספר איברים
2. הוכח כי $A\cdot Adj(A)=|A|\cdot I$ עבור $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$

בחר שלוש מתוך ארבע:

3. (30 נק') יהי V מ"ו ממימד סופי. תהי $T:V\to V$ העתקה לינארית המקיימת $T^2=-T$
   א. (15 נק') הוכיחו כי $V=\ker T\oplus \operatorname{Im} T$
   ב. (15 נק') נניח $\dim V=5$, הוכיחו כי T אינה על
4. (30 נק') הוכח/הפרך:
   א. (15 נק') יהי מרחב וקטורי V, ויהיו $v_1,v_2,...,v_n\in V$ וקטורים.

$$\{v_1,v_2,...,v_n\} \text{ בסיס ל } V \iff \{v_1+v_2,v_1-v_2,v_3,v_4,...,v_n\} \text{ בסיס ל } V$$

   ב. (15 נק') תהי $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$. אזי קיים $v\neq 0$ כך ש $Av=\lambda v$ אם"ם $|A-\lambda I|=0$

5. (25 נק') אין קשר בין הסעיפים:
   א. (10 נק') תהא $A=\begin{pmatrix}1&1&*\\1&*&0\\*&1&*\end{pmatrix}$. ידוע כי למערכת ההומוגנית $Ax=0$ יש 2 פתרונות,
   מצא את כל האפשרויות לA. הוכח.
   ב. (15 נק') תהי $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\1&1&0\end{pmatrix}$, ויהי $E=\{(1,1,1),(1,0,1),(0,0,1)\}$. מצא בסיס F
   כך ש $A=[I]_F^E$
6. (25 נק') תהי $T:V\to V$ העתקה לינארית המקיימת $T\circ S=S\circ T$ לכל העתקה לינארית S. הוכח כי קיים בסיס $v_1,...,v_n$ כך ש $\{Tv_i,v_i\}$ ת"ל לכל i.