

אלגברה לינארית 2 תרגול 4

19 באפריל 2021

תרגילים:

1. תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מטריצה משולשית עליונה. מצאו את הפולינום האופייני שלה.

2. תהי $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מטריצה, ונתון שיש לה n ע"ע שונים. הוכיחו שהיא לכסינה.

3. עבור אילו ערכי $a, b \in \mathbb{R}$ המטריצה הבאה לכסינה:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & a & 0 & b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

4. תהא $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מרטיצה, ונתון $\text{rank}(A) = 1$.

(א) הוכיחו: לכל $x \neq y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ מתקיים: $A - xI$ הפיכה, או $A - yI$ הפיכה.

(ב) האם בהכרח קיים $x \neq 0$ עבורו $A - xI$ לא הפיכה?

5. הוכיחו שהמטריצות הבאות דומות:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & \pi & 2 \\ 0 & 2 & -\sqrt{3} & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 \\ -3 & \sqrt{5} & 2 & 0 \\ 2 & -2 & e & 3 \end{pmatrix}$$