שאלות לתרגיל 3:

1.

a. יהיו $v_1=(1,0,1,0), v_2=(0,2,1,1), v_3=(1,2,1,2)$ ויהיה $u=(x,y,z,w)$. מצא תנאים על x,y,z,w (מערכת משוואות לינאריות) כך ש u יהיה שייך ל Span של v_1,v_2,v_3.

b. פתור את מערכת המשוואות שמצאת בסעיף א' על מנת לקבל וקטור כללי ב $Span\{v_1,v_2,v_3\}$ (הוא וקטור הפתרון הכללי כמובן).

c. מצא מערכת משוואות דומה לסעיף א' עבור $w_1=(1,1,0,0), w_2=(0,1,1,0), w_3=(0,0,1,1)$

d. נסמן $V=span\{v_1,v_2,v_3\}, W=span\{w_1,w_2,w_3\}$ עבור הוקטורים מהסעיפים הקודמים. הוכח: $u\in V\cap W$ אם"ם u מקיים את מערכת המשוואות שמכילה את כל המשוואות מסעיף א' **וגם** מסעיף ב'.

e. מצא בסיס ל $V\cap W$ באמצעות פתרון המערכת מהסעיף הקודם.

הערה: התרגיל הזה הוא כמובן דוגמא פרטית לאלגוריתם כללי לחשב בסיס לחיתוך.

2. יהא V מ"ו ויהיו $A,B\subseteq V$ שתי קבוצות הוכח/הפרך:

a. $A=Span(A)$ אם"ם A תת מרחב וקטורי

b. $Span(A\cap B)=Span(A)\cap Span(B)$

c. $Span(A\cup B)=Span(A)\cup Span(B)$

d. אם $A\subseteq B$ אזי $Span(A)\subseteq Span(B)$

e. אם $Span(A)=Span(B)$ אזי $A\subseteq B$ או $B\subseteq A$

f. אם $Span(A)=V$ אזי $B\subseteq A$

3.

a. יהיו $p_1=1+x+x^2+x^3, p_2=x^2-1, p_3=1-x+x^2-x^3$ פולינומים, ויהי $p_4=1+x^2+2x^3$. האם $p_4\in Span\{p_1,p_2,p_3\}$?

b. האם $\{p_1,p_2,p_3\}$ מהסעיף הקודם בת"ל?

c. האם $\{p_1,p_2,p_3,p_4\}$ מהסעיף הראשון בת"ל?

d. יהא V מ"ו כלשהוא, ויהיו $v_1,...,v_n\in V$ וקטורים בת"ל, ויהיה וקטור u כך ש $u\notin Span\{v_1,...,v_n\}$. הוכח/הפרך: $v_1,...,v_n,u$ בת"ל.