

בס"ד

מבחן במתמטיקה בדידה תשע"ג סמסטר קיץ מועד דמה

מרצים: מר ארז שיינר וד"ר אפי כהן.

משך המבחן: שלוש שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט וראש פתוח.

הוראות הפעלה:

יש לענות בפירוט על כל חמשת השאלות, כל תשובה מופיעה במקומה

בשאלון. המחברות משמשות לטיוטה בלבד, ולא יבדקו.

שימו לב: כל שאלה שווה 23 נקודות, לכן יש סה"כ 115 נקודות.

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

ציון:

בהצלחה

ענו בפירוט בדף זה

שאלה 1

סעיף א

תהיינה A, B קבוצות.

i. הוכיחו או הפריכו $A/B \cup B/A = (A \cup B)/(A \cap B)$

ii. הוכיחו או הפריכו $(A/B)/C = A/C \Leftrightarrow B \subseteq C$

iii. הוכיחו או הפריכו $A \Delta (B \cup C) = (A \Delta B) \cup (A \Delta C)$

סעיף ב

תהיינה A, B קבוצות, ותהיינה $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ פונקציות.

נגדיר $h = g \circ f$

i. הוכיחו או הפריכו, לכל $Y \subseteq C$ מתקיים $h^{-1}[Y] = f^{-1}[g^{-1}[Y]]$

ii. הוכיחו או הפריכו כי לכל $X \subseteq A$ מתקיים $h^{-1}[h[X]] \supseteq f^{-1}[f[X]]$

iii. הוכיחו או הפריכו כי לכל $X \subseteq A$ מתקיים $h^{-1}[h[X]] \subseteq f^{-1}[f[X]]$

ענו בפירוט בדף זה

שאלה 2

סעיף א

תהי A קבוצה אינסופית, נסמן $|A| = a$

- i. יהי R יחס סדר מלא על A . מצאו את $|R|$, הוכיחו.
- ii. חשבו את העוצמות הבאות $|\mathbb{Q}^A|$, $|P(A) \times P(A)|$, $|A^A|$, הוכיחו.

סעיף ב

- i. נגדיר $X = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid a + b \in \mathbb{Q}\}$, חשבו את $|X|$, הוכיחו.
- ii. נגדיר $Y = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid a \in \mathbb{Q} \wedge b^2 \in \mathbb{Q}\}$, חשבו את $|Y|$, הוכיחו.
- iii. נגדיר $Z = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid a^2 + b^2 \leq 1000\}$, חשבו את $|Z|$, הוכיחו.

ענו בפירוט בדרך זה

שאלה 3

סעיף א

יהי R יחס שקילות על A . הוכיחו כי A/R היא חלוקה של A

סעיף ב

תהי A קבוצה. ותהי $\{R_\alpha\}_{\alpha \in I}$ קבוצת יחסי שקילות על A .
הוכיחו כי $\bigcap_{\alpha \in I} R_\alpha$ הינו יחס שקילות על A .

ענו בפירוט בדף זה

שאלה 4

סעיף א

תהי A קבוצה. הוכיחו כי קיים יחס סדר חלקי R על A כך שלכל $a, b \in A$ מתקיים אחד התנאים הבאים:

1. $(a, b) \in R$

2. לכל $S \subseteq A \times A$, אם $R \subseteq S$ וגם $(a, b) \in S$ אז S אינו יחס סדר חלקי.

סעיף ב

תהי (A, R) קס"ח.

נגדיר כי R יחס סדר טוב אם לכל תת קבוצה X המקיימת $\phi \neq X \subseteq A$ יש איבר קטן ביותר.

הוכיחו או הפריכו: אם R יחס סדר טוב, אז הוא יחס סדר מלא.

ענו בפירוט בדף זה

שאלה 5

סעיף א

35 אנשים נפגשים לכנס.

- i. כמה לחיצות ידיים יתבצעו אם כולם ילחצו יד אחד לשני?
- ii. בכמה דרכים ניתן לבחור שני אנשים מהקבוצה לנהל תור ולסדר בו את שאר האנשים?
מתקיימות שלוש הרצאות במקביל בכנס.
- iii. בכמה דרכים ניתן לחלק את האנשים בין ההרצאות כך שלא תהיה הרצאה ריקה לחלוטין?
(שימו לב: אם שתי כיתות הרצאה ריקות, בפרט אחת היא ריקה)

סעיף ב

מצאו את עוצמת קבוצת הסדרות הבינאריות המסתיימות באינסוף אחדות או באינסוף אפסים.

