

### פתרון 1

יהי  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  המוגדרת ע"י  $f(x) = (\sin(x), \cos(x))$  רציפה  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה וחח"ע אז  $g \circ f$  רציפה מ  $[0, 2\pi]$  לתוך  $\mathbb{R}$  ולכן תמונתה קטע סגור  $[a, b]$ .  $gf|_{[0, 2\pi]}$  מונוטונית כי היא רציפה וחח"ע ולכן נקבל שהערכים המקסימליים והמינימליים מתקבלים בקצות הקטע מרציפות  $gf(2\pi) = b = gf(0) = a$  ושוב סתירה כי אז זה אומר  $gf|_{[0, 2\pi]}$  אינה חח"ע. תהי  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^n$  המוגדרת ע"י  $h(x, y) = (x, y, 0, 0, \dots, 0)$  נניח קיימת  $k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  חח"ע ורציפה אז  $k \circ h$  פונקציה חח"ע ורציפה כהרכבה של חח"ע ורציפות מתוך  $\mathbb{R}^2$  ל  $\mathbb{R}$  סתירה.

### פתרון 2.

ניקח את הישר  $\mathbb{R} \times 0 \times 0 \times \dots \times 0$  הרציפות ב  $\mathbb{R}^n$  משמעותה רציפות רגילה בקטע זה. ולכן כאשר נוציא את הראשית ונקבל פונקציה שלא מקיימת את ערך הביניים (היא תהיה מונוטונית גם) אם נעביר משולש סביב לראשית נקבל משהו שהוא כמו  $\mathbb{R}$  מבחינת רציפות ולכן הוא גם יצטרך לקיים את תכונת ערך הביניים אבל הוא לא יוכל כי הוא לא יקבל את  $f(0)$  לאמרות שהוא מקבל ערכים קטנים ממנה

