

# פיסיקה למתמטיקאים

## תרגיל 2: שימור אנרגיה

1. גוף נע בשדה  $\mathbf{F} = (x^3 + xy^2, y^3 + yx^2)$  במישור  $x - y$ .

(א) הוכיחו כי השדה משמר (רמז: השתמשו במשפט סטוקס)  
$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

(ב) מצאו ע"י אינטגרציה של רכיבי השדה  $\mathbf{F}$  פונקציה פוטנציאל  
$$V(x, y) = -\frac{1}{2}x^2y^2 - \frac{1}{4}(x^4 + y^4)$$

(ג) חשבו בצורה מפורשת את העבודה הדרושה להעביר את הגוף מהראשית לנקודה  $(2, 1)$  לאורך מסלול המחבר תחילה את הראשית עם הנקודה  $(2, 0)$  לאורך ציר  $x$  ולאחר מכן את הנקודה  $(2, 0)$  עם הנקודה  $(2, 1)$  לאורך ציר  $y$

(ד) חזרו על החישוב מסעיף 1ג ע"י שמוש בפוטנציאל

(ה) כתבו את הכח במערכת צירים פולרית. האם הכח מרכזי ?

2. חלקיק הנמצא על גבי כדור חסר חיכוך מתחיל בתנועה ממנוחה. באיזו זווית ביחס לציר  $z$  המחבר את הראשית עם נקודת המנוחה של החלקיק בראש הכדור יעזוב החלקיק את הכדור ?

3. מטוטלת מתמטית מורכבת מחוט באורך  $l$  ומסה  $m$  התלויה בקצהו. המטוטלת נוטה בזווית  $\theta$  ביחס לחוט בנקודת שווי המשקל.

(א) רשמו את האנרגיה הכללית (קינטית+פוטנציאלית) של המטוטלת

(ב) קבלו את משוואת התנועה בקרוב תנודות קטנות  $\ddot{\theta} + g/l\theta = 0$  מתוך שימור האנרגיה (רמז: קבלו בטוי לאנרגיה של אוסצילטור הרמוני)

4. חרוז מחליק על מסילה חסרת חיכוך אשר גובהה  $y$  נתון ע"י הפונקציה  $y = f(x)$ . ידוע כי בנקודה  $(x, y) = (0, 0)$  המסילה אנכית והחרוז עובר בנקודה זו עם מהירות אנכית  $-V$  (מטה). הראו כי על מנת שהמהירות בכוון האנכי תהיה קבועה ושווה ל  $-V$ , צורת המסילה נתונה ע"י 
$$y = f(x) = -\frac{(3gVx)^{2/3}}{2g}$$