תורת הקבוצות־ תרגיל בית 10

10 בינואר 2016

1.א. תהי $A \subseteq \omega_1$ קבוצה. נגיד ש$\alpha \in \omega_1$ הוא נקודת סגור של A אם יש $A \supseteq \langle \beta_i | i < \omega \rangle$ סדרה עולה כך ש $\lim \beta_i = \alpha$. הוכח שקבוצת נקודות הסגור של קבוצה לא חסומה בω_1 הוא סל"ח.

ב. הוכח שהקבוצה: $\{\alpha \in \omega_1 | \omega^\alpha = \alpha\}$ היא סל"ח בω_1.

ג. תזכורת: פו' נורמלית היא פו' שומרת סדר ורציפה. נקודת שבת של פו' היא α כך ש $f(\alpha) = \alpha$. הוכח שלכל $f : \omega_1 \to \omega_1$ נורמלית, קבוצת נקודות השבת של f היא סל"ח.

ד. הוכח: אם f נורמלית אז לכל α $\mathrm{cf} f(\alpha) = \mathrm{cf}(\alpha)$

2. לכל $f : \omega_1 \to \omega_1$ נסמן בD_f את קבוצת נקודות הסגור של f. יהיו D_{f_i} כנ"ל. הוכח ש $\cap_{i<\omega} D_{f_i}$ מכיל קבוצת נקודות סגור של פו'.

3. הוכח/ הפרך: לכל $A \subseteq \omega_1$ מתקיים: A סל"ח, או A^c סל"ח.

4. הוכח שחיתוך של ω_1 סל"חים בω_1 הוא לא בהכרח סל"ח.

5. הוכח שקבוצת שבת בα היא בהכרח קופינלית בα.