

## תורת הקבוצות - תרגיל בית 10

10 בינואר 2016

- 1.א. תהי  $A \subseteq \omega_1$  קבוצה. נגיד ש  $\alpha \in \omega_1$  הוא נקודת סגור של  $A$  אם יש  $\langle \beta_i | i < \omega \rangle \subseteq A$  סדרה עולה כך ש  $\lim \beta_i = \alpha$ . הוכח שקבוצת נקודות הסגור של קבוצה לא חסומה ב  $\omega_1$  הוא סל"ח.
  - ב. הוכח שהקבוצה:  $\{\alpha \in \omega_1 | \omega^\alpha = \alpha\}$  היא סל"ח ב  $\omega_1$ .
  - ג. תזכורת: פו' נורמלית היא פו' שומרת סדר ורציפה. נקודת שבת של פו' היא  $\alpha$  כך ש  $f(\alpha) = \alpha$ . הוכח שלכל  $f : \omega_2 \rightarrow \omega_2$  נורמלית, קבוצת נקודות השבת של  $f$  היא סל"ח.
  - ד. הוכח: אם  $f : \omega_2 \rightarrow \omega_2$  נורמלית, אז לכל  $\alpha \in \omega_2$  גבולי  $cf(\alpha) = cf(f(\alpha))$ .
2. לכל  $f : \omega_1 \rightarrow \omega_1$  נסמן ב  $D_f$  את קבוצת נקודות הסגור של  $f$ . יהיו  $D_{f_i}$  כנ"ל. הוכח ש  $\bigcap_{i < \omega} D_{f_i}$  מכיל קבוצת נקודות סגור של פו'.
3. הוכח/ הפרד: לכל  $A \subseteq \omega_1$  מתקיים:  $A$  סל"ח, או  $A^c$  סל"ח.
4. הוכח שחיתוך של  $\omega_1$  סל"חים ב  $\omega_1$  הוא לא בהכרח סל"ח.
5. הוכח שקבוצת שבת ב  $\alpha$  היא בהכרח קופינלית ב  $\alpha$ .