

### תרגיל בית 6 אינפי 3

1. משטח נתון על ידי המשוואה  $z = e^{-x^2-2y^2}$ .

(א) מצאו  $P = (x_0, y_0, z_0)$  נקודה על המשטח, כך שאם יניחו עליה כדור, הוא יתחיל לנוע בכיוון  $(2, 1, a)$  עבור  $a$  כלשהוא. מצאו גם את  $a$ .

(ב) מצאו נקודה על המשטח שאם יניחו עליה את הכדור הוא לא יזוז לשום מקום.

2. תהי  $f(u, v) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה דיפרנציאבילית בכל המישור  $\mathbb{R}^2$ . נתון

$$\frac{\partial f}{\partial u}(7, 1) = 2, \quad \frac{\partial f}{\partial v}(7, 1) = 3$$

. נגדיר:

$$u(x, y) = 2x + 3y \quad v(x, y) = x - y$$

$$z(x, y) = f(u(x, y), v(x, y))$$

חשב את  $\frac{\partial z}{\partial x}(2, 1)$  ואת  $\frac{\partial z}{\partial y}(2, 1)$ .

3. תהי פונקציה בעלת נגזרות חלקיות רציפות בקבוצה  $D = \{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ . נתון כי קיים  $n \in \mathbb{N}$  כך ש

$$xf'_x + yf'_y = nf$$

לכל  $(x, y) \in D$ . הוכיחו כי

$$f(tx, ty) = t^n f(x, y)$$

לכל  $(x, y) \in D$  ו  $t > 0$ .

הדרכה: הגדירו

$$F(t) = \frac{f(tx, ty)}{t^n}$$

והוכיחו כי  $F$  קבועה.

4. נתונה פונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

מצא את  $f''_{xy}(0,0)$  ואת  $f''_{yx}(0,0)$ .

5. תהי פונקציה גזירה ברציפות פעמיים בתחום  $D = (0, \infty) \times (0, \infty)$ . ונניח ש  $x, y$  מבוטאים באמצעות  $s, t$  לפי  $x = e^{s+t}$ ,  $y = e^{s-t}$  כך שניתן להגדיר הרכבה

$$g(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$$

הוכח כי

$$g_{st} = 0 \Leftrightarrow x^2 f_{xx} + x f_x = y^2 f_{yy} + y f_y$$

(א) מצאו את פולינום טיילור סביב הנקודה  $(0,0)$  עד סדר 5 של  $f(x, y) = e^{x^2} \sin(2y)$

(ב) יהיו  $a, b \in \mathbb{R}$ , כתבו מחדש את הפולינום  $x^3 + xy + y^2$  כך שהוא יהיה פולינום של  $x - a$ ,  $y - b$ .

(ג) כתבו את פיתוח טיילור של  $f(x, y) = \sin(xe^y)$  סביב הנקודה  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  עד סדר 2.

6. תהי  $f(x, y) = e^{x^2 y^3}$ .

(א) כתבו פיתוח טיילור של  $f$  סביב  $(0,0)$  עד סדר 19.

(ב) חשבו את  $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x^8 \partial y^{11}}$