הכרות ואובייקטים בסיסיים

הרעיון מאחורי חשוב סימבולי.
דוגמה: 1/2 , 0.5 , sin(3). גבולות, אינטגרלים לא מסויימים.
סינטקס שונה ב Matlab
דוגמה:

```
y:=sin(3):
z:=sin(4);
y
```

נקודה פסיק רק מפריד. נקודותיים לא מדפיס.
יורדים שורה עם shift-enter.
לביצוע החישוב enter

דוגמאות:

```
1+2/7
500!
float(500!)
DIGITS:=200: float(PI)
ifactor(48)
```

sqrt(2)^4-4. להשוות עם Matlab

```
reset()
```

<u>אובייקטים</u>:
אובייקטים מורכבים מאופרנדים operands ופעולות operations
שמורים במבנה של עץ

```
ex:=2*a*sin(x/y);
prog::exprtree(ex)
```

עלים נקראים <u>אופרנדים</u> אטומיים, אחרת אופרנדים מורכבים.

```
nops(ex);
op(ex,1);
op(ex,2);
op(ex,3);
op(ex,[2,1])
```

יש אופרנדים מסוגים שונים

```
domtype(2);
domtype(2/3);
domtype(0.5);
domtype(FALSE);
domtype(ex)
```

<u>פעולות</u>:

```
+, -, *, /, ^,
x div y, x mod y
abs, ceil, fact, float, floor, sign, sqrt, and, or, not
_plus(x,y), _mult, _power
```

משתנים identifiers

כבררת מחדל מילה שאינה שמורה היא משתנה

```
reset();
domtype(x);
x:=1+I:
domtype(x);
```

מחרוזות:

```
s:="this is a string":
domtype(s);
s2:="also this":
s.s2;  שרשור
s[3..6]
```

שרשור עובד גם בשמות משתנים

```
k:=4:
y.k:=99:
y4
```

פונקציות:

```
reset();
f:=-x^2:
domtype(f)
g:=x->-x^2:    פרוצדורה
domtype(g);
f(2);
g(2)

h:=(x,y)->x^2+y^2:
h(1,2)

myabs:=x->if x>=0 then x else -x end_if:
myabs(3);
myabs(-3)

g2:=x->x+2;
w:=g2@g; הרכבה
w(2)

u:=x-->f:    הפיכת פונק' למפה
u(2)
```

משתנים בולאנים Boolean

3 אפשרויות: TRUE, FALSE, UNKNOWN

```
TRUE or UNKNOWN;
TRUE and UNKNOWN;
not bool(1=2);
not bool(1<>2)
```

קבוצות sets

סדר וחזרות לא חשובים

```
set:={a,1,3,x->4};
nops(set);
set2:={a,3}:
set union set2;
set intersect set2;
set minus set2;
contains(set,1);
g:=x->-x^2:
map(set2,g);
g2:=x->bool(x>0):
a:=-4:
select(set2,g2);
```

סדרות sequances

רשימה מסודרת של איברים מופרדים בפסיק

```
seq:=1,a,TRUE;
domtype(seq);
nops(seq);
op(seq,3);
seq[3];
seq2:=i^2 $ i=1..6;
2 $ 10;  2 סדרה עם 10 פעמים
sin(x) $ x in [0,PI,2];
seq3:=seq,seq2;   שרשור
null();
seq[2]:=2,3: seq;
delete seq[2];seq;
max(seq2); min(seq2)
```

רשימות lists

סדרה בסוגריים. נחשב אובייקט יחיד.

```
lst:=[1,a,TRUE];
domtype(lst);
nops(lst);
op(lst,3);
lst[3];
lst2:=[];
lst3:=lst.[r,y];     שרשור
[a,b,c]:=[1,2,3];      הצבה סימולטנית
a:=1: b:=2: [a,b]:=[b,a]: a; b;
contains(lst,1);
map([x,1,0],sin);
sort([4,7,-2]);
select([4,7,-2],g2);
```

<u>לולאות:</u>

```
x:=1:
for i from 1 to 5 do
x:=x+i:
end_for;
y:=1:
for i from 1 to 5 step 2 do
y:=y+i:
end_for
```

<u>תנאים:</u>

```
if ____
then ____
elif ____ then ____
else ____
end_if
```

```
myabs:=x->if x>=0 then x else -x end_if:
myabs(3);
myabs(-3)
```

<u>פרוצדורות:</u>

דוגמה

```
myFact:= proc(n)
begin
f:=1:
for i from 2 to n do
f:=f*i:
end_for;
return(f):
end_proc:
```

<u>debugging:</u>

קוראים לפרוצדורה מתוך notebook->debug

<u>תרגיל:</u>

השערת גולדבך: כל מספר זוגי גדול מ 2 הוא סכום של שני ראשוניים.

אפשר להשתמש בפונקציה isprime

כתבו תוכנית הבודקת את השערת גולדבך עד מספר נתון n.

נגדיר פרוצדורה הבודקת האם זה נכון עבור מספר מסויים

```
test1:=proc(n)
begin
   primes:=select([$2..floor(n/2)],isprime):
   lst:=[n $ nops(primes)] - primes:
   good:=select(lst,isprime):
   return (bool(nops(good)>0)):
end_proc:
```

```
n:=500:
l:=[2*I $ i=2..floor(n/2)]:
select(l,not test1);
```

אלגברה

נתונה קבוצה Ω.

הגדרה: חיבור הינה פעולה בינארית $+:\Omega\times\Omega\to\Omega$ המקיימת
- אסוציאטיביות $(x+y)+z=x+(y+z)$.
- קומוטטיביות $x+y=y+x$.
- קיים אפס $\exists z\in\Omega, \forall x\in\Omega, x+z=x$. נסמן אותו ב 0.
- קיים הופכי $\forall x\exists y, x+y=0$. נסמן אותו ב $-x$.

הגדרה: כפל הינה פעולה בינארית $+:\Omega\times\Omega\to\Omega$ המקיימת אסוציאטיביות וקיום יחידה.
לא חייב להיות קומטטיבי. לא חייב להיות הופכי.

הגדרה: קבוצה הסגורה תחת חיבור וכפל נקראת טבעת. ring.

הגדרה: טבעת עם כפל קומטטיבי נקראת שדה. field.

דוגמאות:
- שלמים $\mathbb{Z}$ `Dom::Integer`
- רציונאלים $\mathbb{Q}$ `Dom::Rational`
- ממשיים $\mathbb{R}$ `dom::Real`, `Dom::Float`
- מרוכבים $\mathbb{C}$ `Dom::Complex`
- $\mathbb{Z}_n={}^{\mathbb{Z}}\!/_{n\mathbb{Z}}$ `Dom::IntegersMod(n)`
- פולינומים P_n.
- מטריצות ריבועיות M_n `Dom::SquareMatrix` מעל טבעת $M_n(Ring)$
  `Dom::SquareMatrix(Dom::Integer)`

דוגמאות:

```
constructor:=Dom::IntegerMod(7):
x:=constructor(3):
y:=constructor(5):
domtype(x);
x+y;
x*y;
x^123;
```

פולינומים:

```
p:=poly(1+a*x+3*x^2,[x]):
domtype(p);
p|x=2;    הצבה
degree(p,x);
coeff(p,2);

list:=[[1,0],[a,3],[b,5]];
p2:=poly(list,[x]);
poly2list(p);

p3:=poly(x+1,[x]):
p+p3;
p*p3;
divide(p,p3);
factor(p*p3);
gcd(p,p3);
D(p);     גזירה
int(p);    אינטגרציה
```

הגדרת פולינום מעל טבעת

```
p4:=poly(4*x+11,[x],Dom::IntegerMod(3)):
domtype(p4);
p4|x=2;
```

מטריצות:

```
reset():
A:=matrix([[1,2,3,4],
[a,b,c,d],
[sin(x),cos(x),exp(x),ln(x)]]);
Dom::Matrix();
v:=matrix([[x1],[x2],[x3],[x4]]);
A*v;
A[2,3];
A[2,3]:=4:
A[1..2,2..3];
transpose(A);
diff(A,x);
int(A,x);
map(A,x->x^2);  מפעיל מפה על כל האיברים
```

מטריצה מעל טבעת

```
constructor:=Dom::Matrix(Dom::Rational):
A:=constructor(2,3);
B:=constructor([[1,2,3],[1,2,3]]);
C:=constructor(2,3,(i,j)->i*j);
constructor(2,2,[11,12],Diagonal);
constructor::identity(2);
```

מטריצות רבועיות

```
constructor2:=Dom::SquareMatrix(2):
A:=constructor2([[0,y],[x^2,1]]);
```

```
domtype(A);
A^(-1);
exp(A);
```

<u>תרגיל</u>:

צרו את מטריצת הילברט בגודל 15: $H_{i,j}=\dfrac{1}{i+j-1}$.

פתרו את המערכת $Hx=(1,\ldots,1)^T$ על ידי היפוך H.

פתרו את התרגיל עם מטריצות של מספרים רציונאלים ועם מטריצות `float` עם דיוקים שונים.

```
con:=Dom::Matrix(Dom::Rational):
H:=con(15,15,(i,j)->1/(i+j+1)):
e:=con(15,1,1):
x:=H^(-1)*e;
```

לשנות שורה ראשונה ל

```
DIGITS:=100:
con:=Dom::Matrix(Dom::Rational):
```

<u>פקודות נוספות</u>:

```
M:=Dom::Matrix(Dom::Rational):
H:=con(3,3,(i,j)->1/(i+j+1)):
M::col(H,2);
M::row(H,2);
M::delCol(H,2);
M::delRow(H,2);
M::matdim(H);
M::tr(H);
M::transpose(H);
M::identity(6);
A:=M(2,2,[[1,2],[3,1]]):
linalg::det(A);
linalg::charpoly(A,y);
linalg::eigenvalues(A);
M:=Dom::Matrix(Dom::Float):  להשוות עם
A:=M(2,2,[[1,2],[3,1]]):
linalg::eigenvalues(A)
linalg::eigenvectors(A);
linalg::nullspace(A);
```

<u>תרגיל</u>: חשבו את ההופכי של המטריצה $2A+BB^T$ מעל הראציונאלים ומעל $\mathbb{Z}_7$,

$$A=\begin{pmatrix}1&3&0\\-1&2&7\\0&8&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}7&-1\\2&3\\0&1\end{pmatrix}$$

<u>תרגיל</u>: A מטריצה $n\times n$ עם אפס באלכסון ו 1 בשאר. מצאו את הדטרמיננטה, פולינום אופייני, ע"ע, והמרחב העצמי של כל ע"ע.

אינפי

```
f:=1/(exp(x^2)+1);
g:=diff(f,x);
int(g,x);
int(g,x=0..PI);
p:=exp(-x^2);
int(p,x-0..5);

simplify( (exp(x)-1)/(exp(x/2)+1) );
simplify((cos(x))^2+(sin(x))^2);

limit(sin(x)/x,x=0);
limit((1+1/n)^n,n=infinity);
sum(i,i=1..n);
sum(1/i^2,i=1..infinity);
product(i^3,i=1..n);

eqn:={x+y=a,x-a*y=b};
solve(eqn,{x,y});
solve(x*exp(x)=x,{x});
solve(x*exp(x)=x,{x},Real);
```

<u>תרגיל:</u> מצאו עבור אילו ערכים של a,b,c המטריצה

$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 1 & 1 & c \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ אינה הפיכה.

גרפיקה

```
plot(sin(x));
plot(sin(x)/x);

plot(sin(x)/x,x=-1..1);
plot(x^2+5*y^2,x=-3..3,y=-3..3,#3D);
plot(x^2-5*y^2,x=-3..3,y=-3..3,#3D);
plot(-x^2-5*y^2,x=-3..3,y=-3..3,#3D);
```

scatter plot

```
plot(plot::PointList2d([[1,1],[2,2],[3,3]]));
plot(plot::Polygon2d([[1,1],[2,4],[3,3]]));

plot(plot::PointList3d([[1,1,1], [1,2,2], [1,3,2], [1,3,4],
[2,1,1], [2,2,3], [2,3.5, 4]],PointSize=5));
```

```
plot(plot::Polygon3d([[1,1,1],[2,4,2],[3,3,1]]));
```

פונקציות הנתונות בצורה סתומה

```
plot(plot::Implicit2d(x^3 + x + 2 = y^2,x = -5..5, y = -5..5));
plot(plot::Implicit3d(x^2+y^2+z^2=1,x=-2..2,y=-2..2,z=-2..2));
plot(plot::Implicit3d(x^2-y^2+z^2=1,x=-2..2,y=-2..2,z=-2..2));
plot(plot::Implicit3d(x^2-y^2-z^2=1,x=-2..2,y=-2..2,z=-2..2));
plot(plot::Implicit3d(-x^2-y^2-z^2=1,x=-2..2,y=-2..2,z=-2..2));
```

הצגה פרמטרית

```
plot([2*cos(t),sin(t)],t=0..2*PI):
plot([t*cos(t),t*sin(t)],t=0..2*PI):
plot([t-sin(t),1-cos(t)],t=0..6*PI)
```

ציקלואידה (עט מחובר לגלגל)

קואורדינאטות פולריות

```
plot(plot::Polar([1-cos(t),t],t=0..2*PI)):
```

קרטרואידה

עוד הרבה אפשרויות ...