

אלגברה לינארית 2, מדעי המחשב, סמסטר קיץ תשעט, מועד ב'

מרצה: תמר בר-און.
מתרגל: אריאל ויצמן.
ענו כל השאלות.
משקל כל שאלה: 27 נקודות.
בשאלות חישוביות, יש להראות במפורש את כל החישובים.
חומר עזר: מחשבון פשוט.
בהצלחה!

1. תהי $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. לכסנו את A^4 . כלומר, מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך $P^{-1}A^4P = D$.

2. נגדיר מכפלה פנימית חדשה על \mathbb{R}^2 :

$$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

. בנוסף, נסמן ב- $\langle \cdot, \cdot \rangle_S$ את המכפלה הפנימית הסטנדרטית על \mathbb{R}^2 . כלומר,

$$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle_S = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

. נגדיר $T : (\mathbb{R}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_S)$, כלומר, מ- \mathbb{R}^2 עם המכפלה הפנימית החדשה, ל- \mathbb{R}^2 עם המכפלה הפנימית הסטנדרטית.

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ -x \end{pmatrix}$$

. חשבו במפורש את T^* . האם T העתקה נורמלית?

3. יהי V מ"פ, $T : V \rightarrow V$ העתקה צמודה לעצמה, ו- $W \leq V$ תת מרחב T -אינוואריאנטי. (כלומר, לכל $w \in W$, $T(w) \in W$). הוכיחו או הפריכו: W^\perp הוא T -אינוואריאנטי.

4. תהי $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$ מטריצה בעלת 4 ע"ע: $\pm i$ ו- ± 1 . חשבו את A^4 .