

מתמטיקה לכימאים תרגיל 2

עוזי חרוש ועולא אמארה

תרגיל 1. הביאו דוגמאות לסדרות a_n ו- b_n כך ש-

1. a_n ו- b_n מתבדרות אבל $a_n + b_n$ מתכנסת

2. a_n ו- b_n מתבדרות וגם $a_n + b_n$ מתבדרת

בתרגיל זה מדובר על התכנסות והתבדרות במונח הרחב. כלומר, סדרה השואפת לאינסוף או למינוס אינסוף נחשבת לסדרה מתכנסת.

תרגיל 2. חשבו את הגבולות הבאים

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{2n^4+1}} + \frac{n}{\sqrt{2n^4+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{2n^4+n}}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n + 4^n + 5^n}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n} = \max\{a, b, c\}$$

תרגיל 3. בדקו מונוטוניות וחסיומת של הסדרות הבאות והסיקו האם הן מתכנסות:

$$1. a_n = \frac{n-1}{n}$$

$$2. a_n = \frac{\sqrt{3n+5}}{\sqrt{2n+1}}$$

תרגיל 4. תהי סדרה a_n סדרה המקיימת $|a_{n+1} - a_n| \leq q |a_{n-1} - a_{n-2}|$ עבור $0 < q < 1$. הוכח ש- a_n מתכנסת.

תרגיל 5. חשב את סכום הטורים הבאים:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+1}{6^n}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} 4 \left(-\frac{2}{3}\right)^n$$

$$3. 0.9 + 0.09 + 0.009 + 0.0009 + 0.00009 + \dots$$