

תורת הקבוצות - תרגיל בית 6

29 בנובמבר 2015

1. באילו מהמשפטים הבאים משתמשים באקסיומת הבחירה? (אם יש שימוש, הצביעו עליו במדויק)
 - א. כל סדרה מונוטונית וחסומה מתכנסת.
 - ב. איחוד בן מניה של קבוצות בנות מניה הוא בן מניה.
 - ג. אם A בת מניה, ויש $f : B \rightarrow A$ על, אז B בת מניה.
2. הוכיחו: אקסיומת הבחירה שקולה לטענה: לכל $\{X_i\}_{i \in I}$ קבוצה לא ריקה של קבוצות לא ריקות, $\prod_{i \in I} X_i \neq \emptyset$.
3. הוכיחו: הטענה הבאה שקולה ללמה של צורן: אם $(A, <)$ היא קבוצה סדורה חלקית לא ריקה שלכל שרשרת עולה בה יש חסם מעיל, אז לכל $a \in A$ יש $b \in A$ מקסימלי כך ש: $a \leq b$.
4. הוכיחו, באמצעות אקסיומת הבחירה, שלכל A אינסופית יש $B \subset A$ כך ש $|A| = |B|$.
5. הוכיחו את הלמה של תוכי:
תהי D קבוצה לא ריקה של קבוצות, כך ש $B \in D$ אם"ם כל תת קבוצה סופית של B היא איבר ב D . אזי, יש ב D איבר מקסימלי ביחס להכלה.
6. הוכיחו שקיימת קבוצה S של מספרים ממשיים המקיימת:
 - א. לכל $a \neq b, a, b \in S$ אי רציונלי.
 - ב. לכל $a \notin S$ יש $b \in S$ כך ש $a - b$ רציונלי.