

## תרגיל 5 במרוכבות

1. חשבו את האינטגרלים הבאים

א.  $\int_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$  כאשר  $C$  הוא המעגל  $|z|=3$ .

ב.  $\int_C \frac{e^{zt}}{z^2+1} dz$  כאשר  $C$  הוא המעגל  $|z|=4$  ו-  $t \in \mathbb{R}$ .

ג.  $\int_C \frac{\sin z}{z^2-z} dz$  כאשר  $C$  הוא המעגל  $|z-1|=2$ .

ד.  $\int_C \frac{\cos \pi z}{(z^2-1)^2} dz$  כאשר  $C$  הוא המעגל  $|z-1|=1$ .

ה.  $\int_C \frac{\sin^4 z}{\left(z-\frac{\pi}{2}\right)^{2n+1}} dz$  כאשר  $C$  הוא המעגל  $\left|z-\frac{\pi}{2}\right|=1$  ו-  $n \in \mathbb{N}$ .

2. היעזרו באינטגרל  $\int_C \frac{\exp(z^n)}{z} dz$  כדי לחשב את האינטגרלים

א.  $\int_0^{2\pi} e^{\cos n\theta} \cos(\sin n\theta) d\theta$  ב.  $\int_0^{2\pi} e^{\cos n\theta} \sin(\sin n\theta) d\theta$ .

3. תהי  $f(z) = u(z) + iv(z)$  פונקציה אנליטית בעיגול  $|z| < 1$ ,  $(u, v$  - פונקציות ממשיות). נניח כי  $u^2(0) = v^2(0)$ . הוכיחו שלכל  $0 < r < 1$  מתקיים:

$$\int_0^{2\pi} u(re^{i\theta})^2 d\theta = \int_0^{2\pi} v(re^{i\theta})^2 d\theta$$