שם הקורס: טופולוגיה
שם המרצה: פרופ' מגרל
מתרגלים: מני וסולי

תרגיל בית מספר 7

<u>שאלה 1</u>

יהי X מרחב טופולוגי, U קבוצה פתוחה וְ- A קבוצה צפופה.
הוכיחו $U \subseteq cl(A \cap U)$ והסיקו ש $cl(U) = cl(A \cap U)$.

<u>שאלה 2:</u>

יהי X מ"ט. הוכיחו שהתנאים הבאים שקולים:

א) אם $A, B \subseteq X$ סגורות וזרות אזי קיימות $U, V \subseteq X$ פתוחות וזרות כך ש $A \subseteq U$ וגם $B \subseteq V$.

ב) אם $F \subseteq X$ קבוצה סגורה, $U \subseteq X$ פתוחה כך ש $F \subseteq U$, אזי קיימת V פתוחה כך ש $F \subseteq V \subseteq cl(V) \subseteq U$.

<u>שאלה 3:</u>

יהי (X, τ) מ"ט סופי. הוכיחו כי (X, τ) הוא מרחב T_1 אם"ם הוא מרחב T_2.

<u>שאלה 4:</u>

תהי X קבוצה שאינה בת מניה. אילו אקסיומות הפרדה מקיים $(X, \tau_{co-\aleph_0})$? (נמקו).

<u>שאלה 5:</u>

א. יהיו X, Y מ"ט כך ש Y האוסדורף. אם קיימת $f: X \to Y$ רציפה וחח"ע, אזי X האוסדורף.
ב. הראו שמרחב טופולוגי הוא האוסדורף אם ורק אם לכל $x \in X$ החיתוך של כל הסביבות הסגורות של x הוא הנקודון $\{x\}$.

<u>בונוס:</u>

הגדרה: מ"ט X ייקרא **פתיר** אם ניתן להציג את X כאיחוד זר של 2 קבוצות צפופות.

הראו שכל תת-מרחב פתוח של מרחב פתיר הוא פתיר.