

שיטות נומריות- תרגיל בית מספר 1

הנחיות הגשה:

- 1) בעמוד הראשון של הפתרון יש לציין שם פרטי, שם משפחה, ת.ז. וקבוצת תרגול.
- 2) יש לכתוב את הפתרון בכתב ברור ובצורה מסודרת.

1. קיים מחשב המשתמש ב 8 סיביות על מנת לייצג מספר ב floating point. הסיבית הראשונה תשמש כסיבית סימן, ארבע הסיביות הבאות ישמשו עבור החזקה ושלוש הסיביות הנותרות ישמשו את המנטיסה. במחשב אין ייצוג ל- ∞ וייצוג של מספר 0 זהה לייצוג במחשב הרגיל. הניחו שהמנטיסה תמיד מתחילה מימין לנקודה העשרונית, ושלשמאלה יש את הספרה 1 שאינה תופסת מקום בזכרון.

- (א) מהו המספר החיובי הקטן ביותר שניתן לייצג על ידי המחשב?
- (ב) מהו ה machine-epsilon עבור מחשב זה?
- (ג) כמה מספרים בבסיס 10 ניתן לייצג במדויק במחשב זה?

2. נתונים מספרים בתקן float single precision . מצאו הצגתם העשרונית :

(א) 0 1000111 001011000000000000000000

(ב) 1 00010000 11101010000000010000001

נתונים המספרים העשרוניים הבאים. מצאו הצגתם הבינארית בתקן float single precision :

(ג) 111.234

(ד) -63.45

3. הביטוי $f(x) = \ln(x - \sqrt[3]{x^3 - 1})$ מחושב עבור $x = 35$. השורש מתקבל מטבלה בעלת 8

ספרות משמעותיות. מהו הגודל של השגיאה בחישוב f ? הציעו לפחות פיתרון אחד אשר מאפשר להשיג דיוק יותר טוב ותנו הערכה לשגיאה המוחלטת שמתקבלת בכל מצב.

4. איך ניתן להתגבר על בעיית איבוד המשמעות (loss of significance) לפונקציות הבאות:

$$y = \sqrt{x + \frac{1}{x}} - \sqrt{x - \frac{1}{x}} \quad (\text{א})$$

$$y = \frac{1-x}{1+x} - \frac{1}{3x+1} \quad (\text{ב})$$

$$y = \sin x - \tan x \quad (\text{ג})$$

$$x, y > 0, \quad f = \ln x - \ln y \quad (\tau)$$

5. נתונות הפונקציות: $f_1(x) = \sqrt{x}$, $f_2(x) = \sqrt[4]{x}$, $f_3(x) = \sqrt{x-1}$

נניח כי החישובים של הפונקציות מתבצעים במדויק והשגיאה היחידה היא בקלט x הידוע במספר ספרות משמעותיות קבוע וזהה לכל הפונקציות.

(א) מה צריך להיות הקלט x בכל אחת מן הפונקציות הנתונות לחישוב המספר $a = \sqrt{\frac{5}{6}}$?

+	3	1	4	1	5	9	2	+	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

(ב) חשב את מספר המצב עבור כל

אחד מהחישובים של סעיף א'

(עבור ה- x המתאים).

איזה חישוב הוא הטוב ביותר? איזה חישוב הינו הגרוע ביותר? נמק.

6. העריכו את השגיאה המתפשטת המוחלטת והשגיאה המתפשטת היחסית עבור פונקציות הבאות:

a. $f_1(x, y, z) = 20x^5 + y^2 - 3z$

b. $f_2(x, y, z) = \frac{(\ln x + 5z)^2}{y}$

c. $f_3(x, y, z) = e^{2xy} + \sin(zy)$

כאשר $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq 0.01$, $x = 2$, $y = 5$, $z = 6$.

7. נתון לנו מחשב שבו המספרים מיוצגים באופן הבא: 2 תאים בינאריים מוקצים לסימן המנטיסה והחזקה, 7 תאים עשרוניים מוקצים למנטיסה ו-3 תאים עשרוניים לחזקה. לדוגמא, המספר π יהיה מיוצג באופן הבא:

a. כיצד המחשב יאחסן את המספרים הבאים?

i. 1.234567

ii. 1234.567

iii. -100724687692

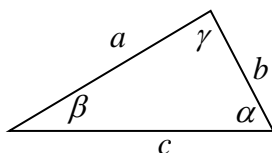
iv. 0.2468473

v. $-62 \cdot 10^{-45}$

b. מהו החסם לשגיאה היחסית עבור הייצוג הנ"ל.

8. נתונות 2 צלעות משולש $a = 200.0 \pm 0.1$ ו- $b = 201.0 \pm 0.1$. גם כן

נתונה הזווית שבין הצלעות הנ"ל $\gamma = 1.00^\circ \pm 0.01^\circ$.



א. באיזה דיוק ניתן לחשב את אורך הצלע c ?

ב. באיזה דיוק ניתן לחשב את אורך הצלע c אם משתמשים במשפט הקוסינוסים ו-

$\cos(1^\circ) = 0.9998$ (נלקח מהטבלה עם 4 ספרות משמעותיות)?

ג. תציעו נוסחה שבאמצעותה ניתן לחשב את c בדיוק יותר גבוה בעזרת טבלה בעלת 4 ספרות דצימליות.

9. ידוע ש $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(h)}{h^2} = 0.5$. מחשבים את הביטוי $\frac{1 - \cos(h)}{h^2}$ עבור הערכים הבאים של h :

$$[10^{-9} \ 10^{-8} \ \dots \ 10^{-1}]$$

התוצאות המתקבלות הן בהתאמה הבאות

[0 0 0.4996 0.50004 0.50000005 0.49999997 0.49999958 0.49999958 0.4999958
0.499958]

הסבירו, למה בהתחלה התוצאה אפס, כמו כן הסבר למה השגיאה גדלה עבור h ים גדולים וקטנים.