

גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ו - תרגיל 6

4 במאי 2016

1. נתונה פרמטריזציה של משטח $r : U \rightarrow M$. תהי $f : A \rightarrow U$ פונקציה, $f(x, y) = (u, v)$ כאשר $A, U \subseteq \mathbb{R}^2$. נגדיר פרמטריזציה חדשה: $\tilde{r} = r \circ f$. הביעו את \tilde{G} , המטריקה של \tilde{r} , באמצעות G , המטריקה של r .

2. מצאו נוסחה מפורשת להטלה הסטריאוגרפית.

3. תהי $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$ עקומה פשוטה ורגולרית. נגדיר את הגליל מעל γ באופן הבא:

$$\Phi(a, b) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\Phi(s, u) = (\gamma^1(s), \gamma^2(s), u)$$

כאשר $\gamma = (\gamma^1, \gamma^2)$. הראו כי קיימות קואורדינטות על הגליל (פרמטריזציה של γ), עבורן $G = I$.

4. ספירת היחידה מוגדרת על ידי הפרמטריזציה הבאה:

$$f(\theta, \phi) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

כאשר $U = [0, \pi] \times [0, 2\pi] = (\theta, \phi) \in U$. נתבונן בעקומה $\gamma : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow U$ המוגדרת על ידי: $\gamma(t) = (\pi, 2t)$.

(א) מצאו את אורך העקומה γ .

(ב) מצאו את אורך העקומה $f \circ \gamma$.

(ג) הספירה לסמי התחצפה, ולא התחצפה, וסומו ישב עליה עד שיצאה טורוס, המוגדר על ידי הפרמטריזציה:

$$r(u, v) = ((2 + \cos u) \cos v, (2 + \cos u) \sin v, \sin u)$$

חשבו את השטחים $r(D)$, $r(E)$ כאשר $D = [0, \frac{\pi}{2}]^2$, $E = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \pi]$.